

# マルチグリッド法を導入した理想化陽解法 FEM による 大規模薄板構造物の溶接変形解析

大阪府立大学大学院

○生島 一樹  
柴原 正和

## Welding Deformation Analysis of Large Scale Thin Plate Structure by Idealized Explicit FEM Using Multi Grid Method

by Kazuki IKUSHIMA, Masakazu SHIBAHARA

### 1. 緒言

構造物の製作においては溶接変形が問題になることが多い。特に、船舶に代表される大規模薄板構造物の組立工程における溶接変形により、ギャップや目違いが発生し、それらを矯正するために膨大な人的コスト、作業時間を費やしている。大規模薄板構造物の溶接変形を事前に検討することができれば、事前に溶接変形の防止策について検討することができ、溶接変形の矯正に伴うコストを軽減することにつながるため、数値シミュレーションを用いて溶接変形について検討できる手法の確立が望まれている。また、溶接に伴う変形や残留応力は、構造物の最終強度や疲労強度に影響すると考えられることから、これらを考慮することで、高精度な構造物の崩壊挙動解析や疲労強度解析が実現できるものと考えられる。しかしながら、大規模薄板構造物の溶接変形問題の解析は、解析対象の大きさから計算時間やメモリ消費量が問題となり、従来手法では解析が困難であることから、これまでに FEM 熱弾塑性解析を用いて詳細な解析がなされた例は少ない。

一方、著者らはこれまでに、理想化陽解法 FEM<sup>1)</sup>と呼ばれる手法を開発することで、100 万要素を超えるような大規模な溶接過渡/残留応力問題の解析が可能であり、大規模問題において解析条件および施工条件が残留応力分布におよぼす影響について現実的な計算時間で検討できることを示してきた<sup>2)</sup>。

そこで、本研究では、大規模薄板構造物の溶接変形問題に対して理想化陽解法 FEM を適用し、解析を試みる。しかしながら、理想化陽解法 FEM は動的陽解法 FEM を基にした手法であるため、薄板構造物の解析においては、長周期の振動が長期にわたって残留し、解析に要する時間が増大する恐れがある。そのため、本研究では、薄板構造物の解析に対する理想化陽解法 FEM の適用性を向上させるために、理想化陽解法 FEM に対してマルチグリッド法<sup>3)</sup>を適用した手法を提案し、基礎的な問題に適用することでその性能について議論する。また、提案手法の薄板構造物の解析に対する有効性を確認するために、提案手法を大規模薄板構造物の溶接変形解析に対して適用する。

### 2. 薄板構造問題における理想化陽解法 FEM

#### 2. 1 マルチグリッド法

数値シミュレーションにおいては、大規模な連立方程式の求解が必要になる場合が多く存在する。マルチグリッド法は大規模な連立方程式を効率的に解くための方法の一つで、反復解法において波長の長い誤差を疎な格子で収束させ、波長の短い誤差を密な格子で収束させる手法である。このような手法を採用することで、通常の反復法において収束の遅い波長の長い誤差を早く収束させることが可能になることから、大規模問題において高速に連立方程式を求解できる手法として期待されている。また、一定精度の解を得るために必要な演算量が解析対象の自由度に比例し、高速な反復解法であることが知られている<sup>3,4)</sup>。このように、マルチグリッド法は大規模問題の解析において非常に高速な解法として注目されており、現在、盛んに開発が進められている手法の一つである。

しかし、マルチグリッド法は、その計算において、波長の長い誤差を収束させるための疎な格子を準備する必要があることから、これまでは疎な格子を容易に作成できる差分法に多く適用されてきた。一方、FEM をはじめとする複雑な構造を持つ非構造格子においては、メッシュ作成に要するコストが大きく、疎な格子を作成することは難しいことから、FEM でのマルチグリッド法の利用は困難である。

このような問題を解決するために代数マルチグリッド法 (AMG: Algebraic Multigrid)<sup>5-7)</sup>が提案されている。AMG では、連立方程式の係数マトリックスの代数的性質のみから疎な格子を作成し、この格子に対してマルチグリッド法の考え方を適用する。このような手法を採用することで、AMG では疎な格子が自動的に作成されること

から、ユーザー側で疎な格子を作成する必要がないため、高速かつ汎用的な解法として注目されており、現在、様々な手法が開発されている。AMG を用いた主要な解法としては、Stüben による手法<sup>8)</sup>、Brandt らによる手法<sup>9)</sup>、Smoothed Aggregation を用いた手法<sup>10)</sup>の3つが挙げられる。これらの手法は、上位階層から下位階層に補間を行う際の行列の生成手順が異なるのみで、補間行列を生成する際に、次式のようなベクトル  $\{e\}$  を異なる階層においても精度よく近似できるような補間行列  $[P_i]$  を求める。

$$[K_i]\{e\} \approx 0 \quad (1)$$

なお、式(1)において、 $\{e\} \neq 0$  である。式(1)を満たすような  $\{e\}$  は、長波長の誤差に相当し、密なグリッドでの反復解法では収束しにくい成分となるため、これらの成分をより下位の階層のグリッドで補正することで効率的に解を求める。

下位階層における剛性行列、すなわち係数行列  $[K_{i+1}]$  は、補間行列  $[P_{i+1}]$  と上位階層の係数行列  $[K_i]$  を基に、次式により算出する。

$$[K_{i+1}] = [P_{i+1}]^T [K_i] [P_{i+1}] \quad (2)$$

上記の AMG における代表的な3つの手法の内、Stüben らの方法、および、Brandt らの方法は、上位階層のグリッドの中から下位階層に残す自由度を選択する必要がある。加えて、これらの方法においては、下位階層の係数行列を作成するために、複数のパラメータを調整する必要がある。一方、Smoothed Aggregation による方法は、Fig. 1 に示すように、上位階層の自由度の集合(アグリゲート)として下位階層の自由度を表現する。この時、上位階層の自由度は、係数行列で記述される自由度同士の関係性の強弱を基に、下位階層のアグリゲートの1つに必ず入るように判定される。

以上のように、AMG 法を用いることで FEM に対してもマルチグリッド法を導入することが可能であり、その中でも Smoothed Aggregation による手法はチューニングパラメータが少なく、扱いやすいと考えられることから、以降では、Smoothed Aggregation による方法に基づき、大規模薄板構造物の溶接変形解析に向けた解析手法を提案する。

## 2. 2 理想化陽解法 FEM への AMG の導入

FEM 溶接熱弾塑性解析においては、溶接の現象を逐次解析するため、加熱の開始から完全冷却にいたるまでを荷重ステップに分割し、それぞれの荷重ステップにおいて弾塑性の非線形解析を行う。そのため、解析全体の荷重ステップは数百から数千に達するが、前項で述べたマルチグリッド法の処理は複雑な計算手順を含むため、すべての荷重ステップにおいてその処理を行うことは非効率である。そこで、本研究では、Fig. 2 のフローに示すような手法で理想化陽解法 FEM に対してマルチグリッド法を導入した。まず、解析の前処理としてアグリゲートを作成し、最下層のグリッドにおいて LU 分解を行い保存する。続いて、温度場を更新し、更新された温度場での全体剛性マトリックスを作成する。ここで、剛性マトリックスの作成は最上位の階層においてのみ行う。これは、溶接の進展に伴う温度変化による非線形の変形は、トーチ周辺の狭い領域に生じる局所的な変形であることから、最上位、すなわち、入力したメッシュ上の剛性マトリックスを更新することで非線形の変形への追従性を向上させるためである。なお、すべての階層の剛性マトリックスは疎行列形式で保存することで、メモリ消費量を解析自由度数に比例する程度に削減する。

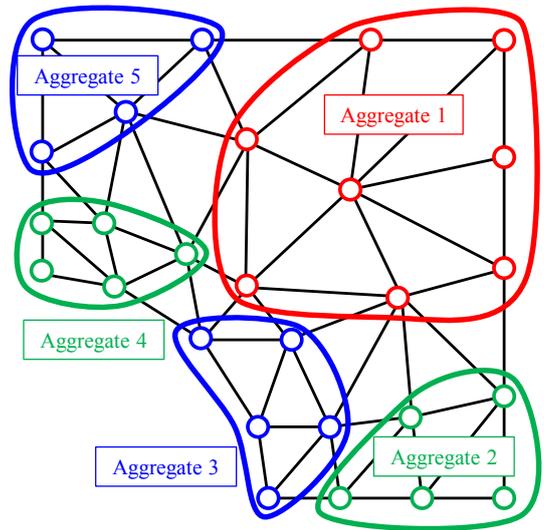


Fig. 1 Typical 2D aggregates.

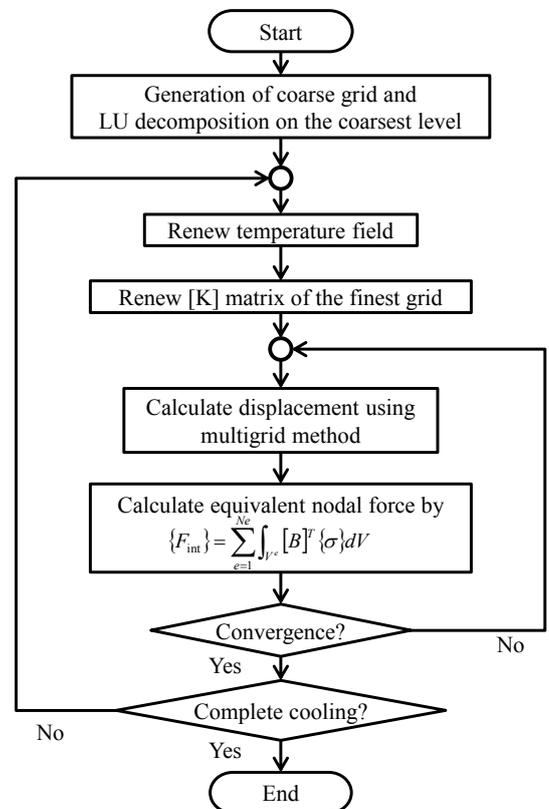


Fig. 2 Flow of multigrid method introduced Idealized Explicit FEM.

更新した最上位の剛性マトリックスとその他の階層の剛性マトリックスを用いて、理想化陽解法 FEM の考え方に基づき変位を計算する。これは Fig. 3 に示す手順で行う。まず、最上位の階層において、与えられた残差力ベクトルに対して理想化陽解法を適当な回数適用し変位を計算し、その状態で次式により残差力ベクトルを算出する。

$$\{R_1\} = \{F_1\} - [K_1]\{u_1\} \quad (3)$$

計算された残差力ベクトル  $\{R_1\}$  を次式により第二層のグリッド上に補間し、第二層のグリッド上での荷重ベクトル  $\{F_2\}$  を算出する。

$$\{F_2\} = [P_2]^T \{R_1\} \quad (4)$$

ここで、 $[P_2]$  は、第二層のグリッドを作成する際に生成した補間関数を表す。なお、補間関数の作成方法は文献<sup>10)</sup>に示されている pseudo-Laplacian を用いた異方性の強い問題に対応した手法を採用した。式(4)の補間処理により得られた荷重ベクトルを用いて、第一層と同様に理想化陽解法に基づき変位を算出する。以上の処理を最下層のグリッドに達するまで再帰的に行う。最下層のグリッドにおいては、グリッド作成時に求めた LU 分解を使用し直接法により変位を算出する。

最下層の変位を算出した後は、次のように、最下位の変位を第三層のグリッド上に補間し、第三層のグリッドの変位との和をとり、第三層の変位を更新する。

$$\{U_3\} \leftarrow \{U_3\} + [P_4]\{U_4\} \quad (5)$$

計算された第三層のグリッドの変位と荷重ベクトルを用いて理想化陽解法に基づき変位を算出する。理想化陽解法による変位の計算が完了した後は、第三層の変位ベクトルを第二層に補間し、第三層と同様に変位を算出する。これらの処理を最上位のグリッドまで再帰的に行い、マルチグリッド法による 1 回の反復計算を終了する。なお、説明の都合上、階層数を 4 としたが、実際の解析においては、階層に含まれる解析自由度数が一定数以下になるまで疎な格子を再帰的に作成する。

なお、通常マルチグリッド法においては、Fig. 3 の反復解法の計算部分に Jacobi 法などの定常反復法を用いることが多いが、本手法では理想化陽解法を用いた。これは、Gauss-Seidel 法や SOR 法などの定常反復法は逐次処理を伴うため、並列化が難しいためである。また、Jacobi 法に対しては並列化を容易に適用することができるが、Jacobi 法は係数行列が狭義優対角であることが収束するための条件として要求されるため、安定的に収束が得られない可能性があり、解析の安定性という点から使用を見送った。

以上の計算手順を所定の収束条件を満たすまで反復することで、1 荷重ステップの変位を求める。また、完全冷却に達するまで荷重ステップの計算を繰り返し、解析を進める。

このような計算手順をとることで、提案手法は、通常理想化陽解法 FEM と比較し、薄板構造物の解析において優れた収束性が得られると考えられる。

### 3. 提案手法の基礎的性能の検証

#### 3.1 解析モデルおよび条件

提案したマルチグリッド法を導入した理想化陽解法 FEM を基礎的な薄板構造物の溶接変形問題に対して適用し、提案手法の解析精度、ならびに、計算時間などの基礎的性能について検討する。

解析モデルは Fig. 4 に示す縦方向 1000 mm、横方向 1000 mm、板厚 20 mm の正方形板の中央をビードオンプレート溶接する場合を想定したもので、溶接条件は、入熱量を 350.0 J/mm、溶接速度を 10.0 mm/s とした。板の材料は軟鋼を仮定し、Fig. 5 に示す材料定数の温度依存性を用いた。境界条件は、剛体変位のみを拘束するものとした。また、板厚 10 mm のモデルの解析を実施し、提案手法と GPU 並列化を用いた理想化陽解法 FEM、静的陰解法 FEM の計算時間を比較する。マルチグリッド法における各階層の理想化陽解法の反復回数は 100 回とし、疎な格子の作成は格子の自由度が 2,000 以下になるまで行うものとした。以上の条件を用いて開発手法により疎な格子を生成した結果、本解析においては、疎な格子は 5 階層で構成され、各階層の自由度は最上位の階層からそれぞれ、91,701, 66,696, 26,784, 7,290, 1,428 となった。

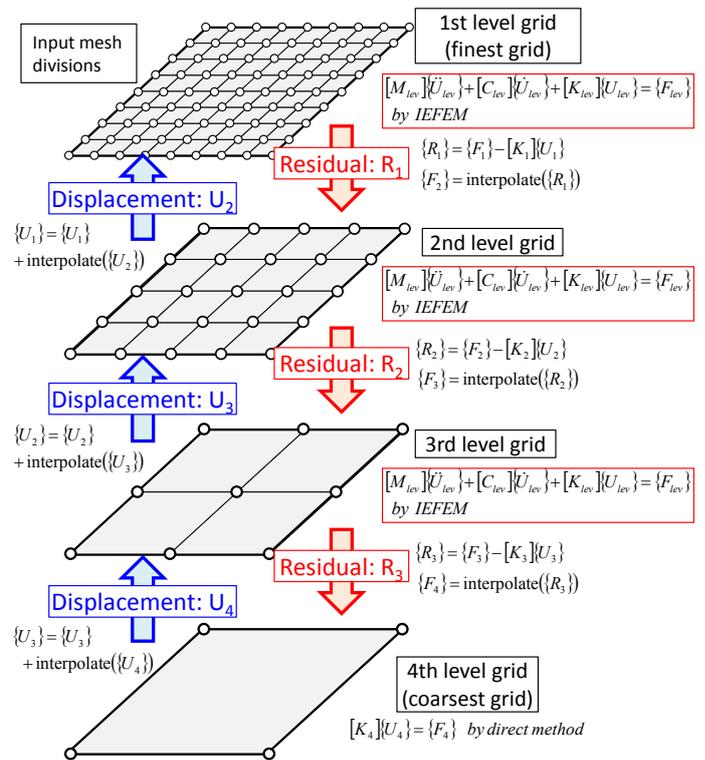


Fig. 3 Schematic illustration of multigrid method introduced Idealized Explicit FEM.

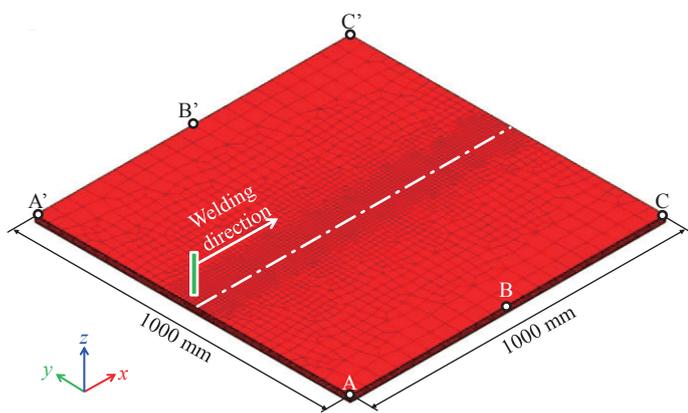


Fig. 4 Analysis model of simple thin plate problem.

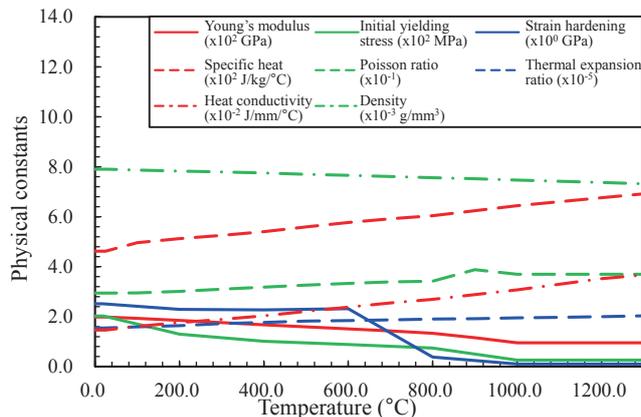


Fig. 5 Temperature dependent material properties of mild steel.

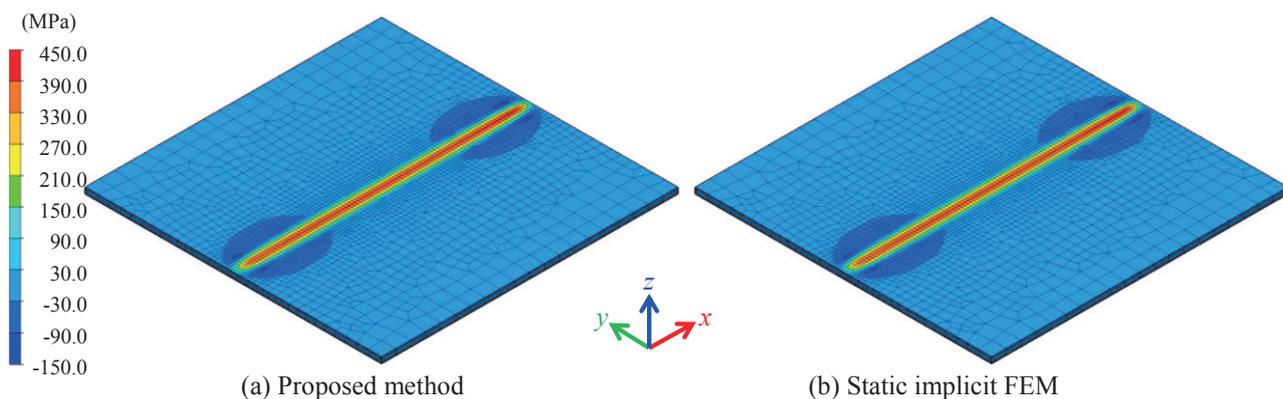


Fig. 6 Distribution of residual stress in x direction.

### 3. 2 従来手法との比較による提案手法の解析精度の検討

Fig. 6 に x 方向の残留応力分布を示す. 同図において, (a)は提案手法による解析結果を示し, (b)は静的陰解法 FEM による解析結果を示す. また, Fig. 4 に示す溶接線中央横断面上の B-B' 線に沿った残留応力分布の比較を Fig. 7 に示す. 同図において, ■印および▲印は, それぞれ, 静的陰解法 FEM による x 方向の残留応力, y 方向の残留応力を示し, □印および△印は, それぞれ, 提案手法による x 方向の残留応力, y 方向の残留応力を示す. Fig. 7 より, 提案手法と静的陰解法 FEM の溶接線中央横断面上における残留応力分布は定量的に一致していることが分かる.

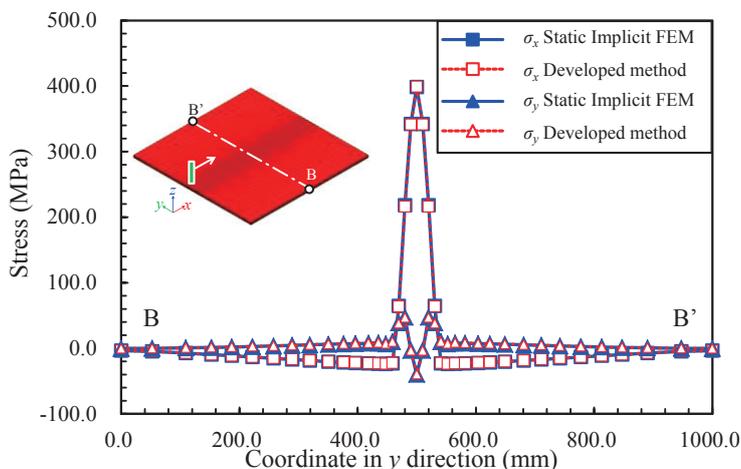


Fig. 7 Comparison of distribution of residual stress along line B-B'.

次に, Fig. 8 に z 方向残留変位分布を示す. また, Fig. 9 に x 方向の収縮量, すなわち縦収縮の y 方向分布を示す. 同図において, ■印は静的陰解法 FEM による縦収縮, ◇印は提案手法による縦収縮を示す. また, 同様に, Fig. 10 に横収縮に相当する y 方向の収縮量の x 方向分布を示す. Fig. 8, 9, 10 より, 提案手法の解析結果は, 縦収縮, 横収縮, 各変形のいずれにおいても静的陰解法 FEM の解析結果と定量的に一致していることが分かる.

以上の解析結果より, 提案手法による解析結果は, 残留応力, 変形ともに静的陰解法 FEM の解析結果と良好に一致していることから, 提案手法の解析精度は静的陰解法 FEM とほぼ同等であると言える.

### 3. 3 提案手法の性能

Fig. 11 に板厚が 20 mm と 10 mm のモデルにおける提案手法と GPU 並列化理想化陽解法 FEM, 静的陰解法 FEM の計算時間の比較を示す. Fig. 11 より, 提案手法の計算時間は, いずれの板厚のモデルにおいても, 通

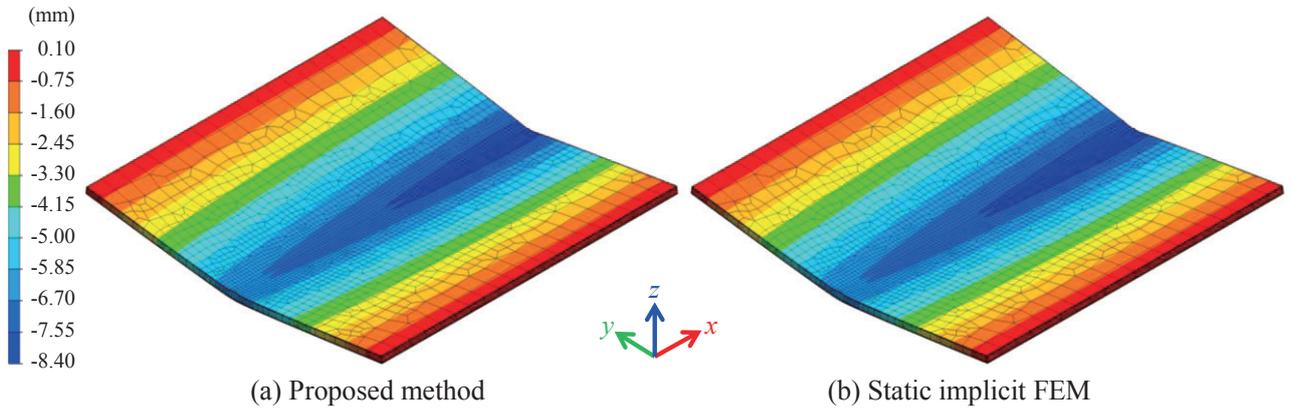


Fig. 8 Distribution of displacement in  $z$  direction.

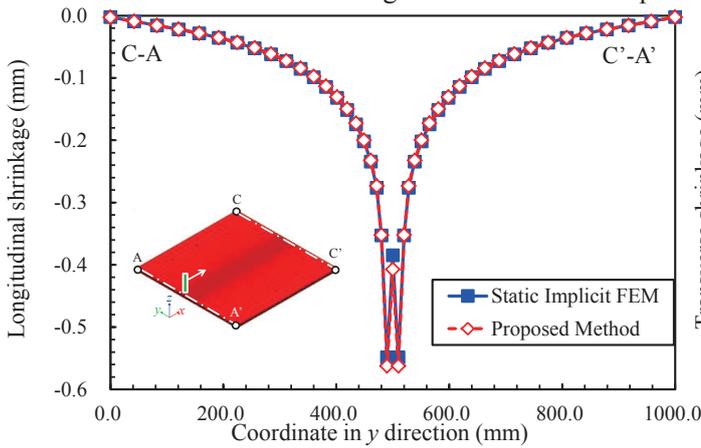


Fig. 9 Comparison of distribution of longitudinal shrinkage.

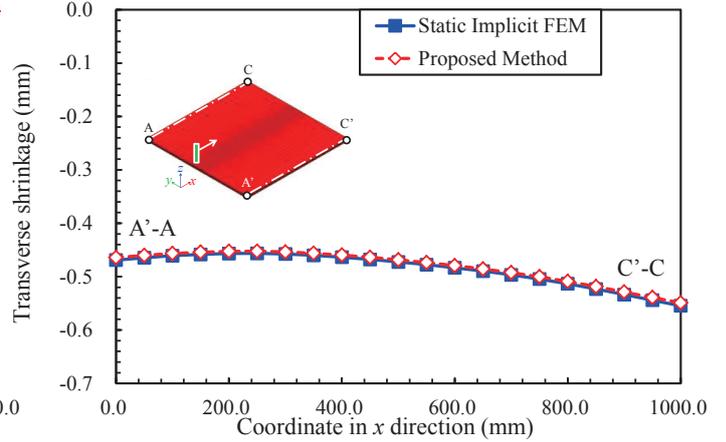


Fig. 10 Comparison of distribution of transverse shrinkage.

常の理想化陽解法 FEM より短く、また、解析自由度に比例する程度に抑えられていることが確認できる。さらに、提案手法は、静的陰解法 FEM に比べてはるかに短い時間で解析が可能であり、GPU 並列化理想化陽解法 FEM と比較しても板厚が 10 mm のモデルにおいて約 10 倍、板厚が 20 mm のモデルにおいて約 5 倍高速に解析が可能であることが分かる。以上のことから、提案手法はマルチグリッド法を導入することで薄板構造物の解析においても、計算時間に関して効率的な手法となっていると言える。

## 4. 大規模薄板構造物の溶接変形解析への適用

### 4. 1 解析モデルおよび溶接条件

前章までの議論を通して、提案手法が従来手法と同等の解析精度を有し、かつ、薄板構造物の解析においても、効率的に解析を行えることを示した。本節では、船体二重底ブロックの組立工程における溶接変形の解析に対して提案手法を適用し、提案手法の大規模薄板構造物の解析への適用性を示す。

バルクキャリアなどの大型船体構造の建造においては、部材の切り出しにはじまり、小規模な部材同士を溶接する小組工程、小組工程により作成された部材同士を溶接し大型ブロックを製作する大組工程を経て、最後にドック内にて大型ブロックを船体へ搭載するといったブロック建造方式が主流である。本解析では、このうち、二重底ブロックを建造する際の小組工程と大組工程を解析対象とし、溶接工程の過渡の溶接変形・応力を、提案手法を用いて詳細に解析する。解析モデルは Fig. 12 に示す通り、解析自由度は 1000 万レベルであり、従来の解析手法では解析が非常に困難なモデルとなっている。解析上の組み立ては同図に示すように以下の順序で行う。

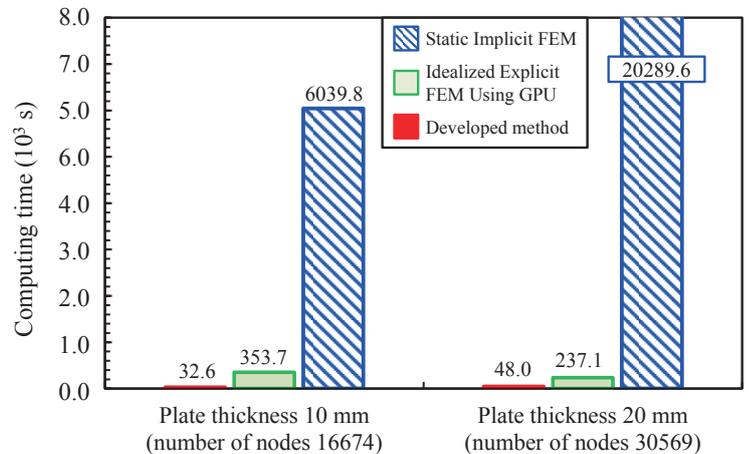


Fig. 11 Comparison of computing time.

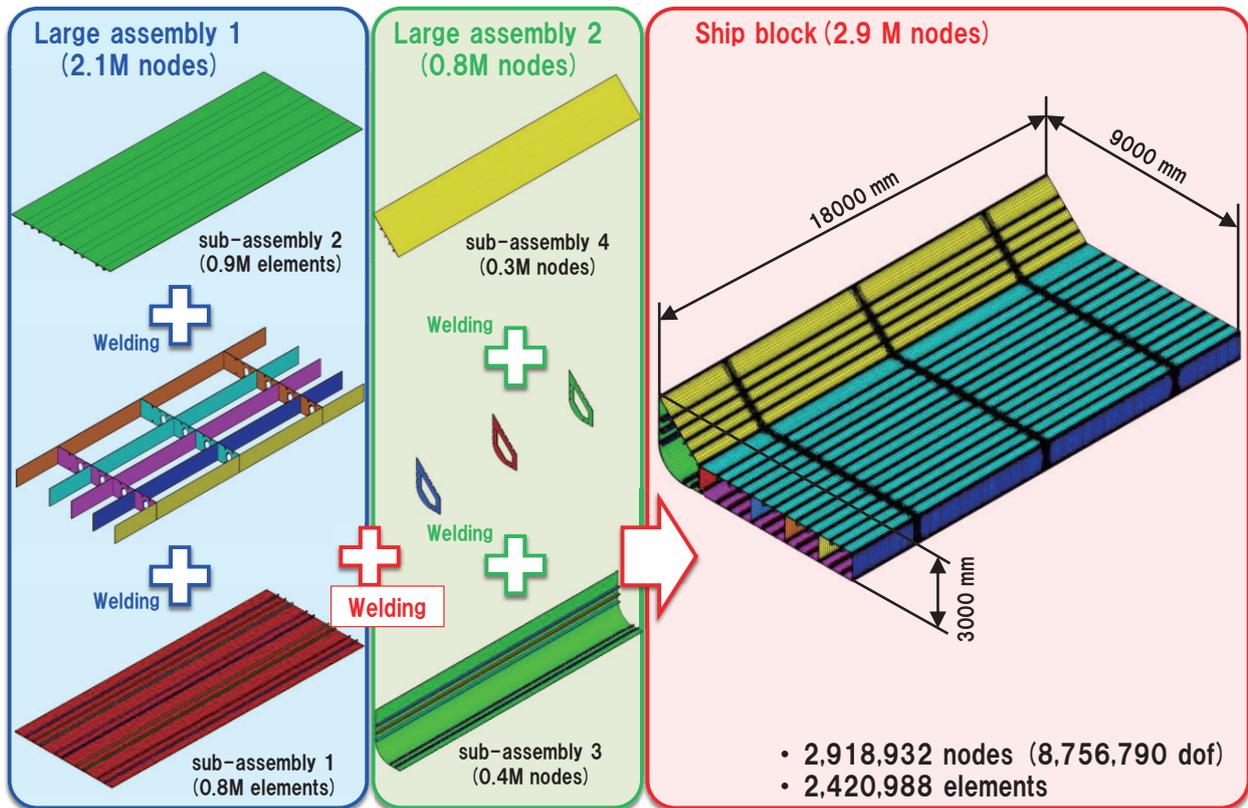


Fig. 12 Analysis model and assembly sequence of double bottom block of ship hull.

1. スキンプレートと補剛材を溶接する小組工程(Fig. 12 中の Sub-assembly 1, 2, 3, 4)
2. 小組によって得られた部材に対して、ロンジ材、トランス材を溶接する大組工程(同 Large assembly 1, 2)
3. 大組で作成した部材同士を溶接し二重底ブロックを建造

なお、部材同士を溶接する際は、十分に仮付けがなされているものと仮定した。溶接条件に関しては、Table 1 に示すようなものとし、隅肉は考慮しないものとした。また、本解析には、CPUが Intel Core i7 3.2 GHz、GPUが NVIDIA GeForce GTX Titan、メモリが 64 GB の計算機 1 台を使用した。

Table 1 Welding conditions.

	current (A)	voltage (V)	speed (mm/s)
sub-assembly	1000.0	40.0	15.0
trans-girder	200.0	40.0	3.0
Large assembly	4700.0	40.0	15.0

#### 4. 2 解析結果

Fig. 13 に Sub-assembly 1 の解析結果を示す。Sub-assembly 1 はスキンプレートにスティフナーを溶接する工程であり、溶接に伴う縦収縮と角変形により、板全体が鞍形になるような変形が確認できる。なお、Fig. 13 の変形倍率は 20 倍である。

続いて、Fig. 14 に Sub-assembly 2 の解析結果を示す。Sub-assembly 2 は Sub-assembly 1 と同様に、スキンプレートにスティフナーを溶接する工程で、sub-assembly 1 と上下対称な問題であることから、変位についても Sub-assembly 1 と z 軸方向にほぼ対称な分布となっていることが確認できる。

Fig. 15 に Large assembly 1 の解析結果を示す。Large assembly 1 は、溶接済みの Sub-assembly 1 と Sub-assembly 2 に対してトランス材、ロンジ材を溶接する工程である。本解析では、Large assembly において、Sub-assembly により生じた変形によるギャップや目違いの矯正は行わず、変形した状態で溶接を行うものとした。よって、Sub-assembly で生じた変形にトランス材、ロンジ材の溶接による変形が付加された変形となっている。

Sub-assembly 3 と 4 を溶接し組み立てる Large assembly 2 の解析結果を Fig. 16 に示す。同図より、Large assembly 1 と同様に、Sub-assembly 3 と 4 による変形に、ウェブ材の溶接による変形を付加したような変形となっていることが分かる。

最後に、Large assembly 1 と 2 を溶接し、船体二重底ブロックを組み上げる工程による変形の解析結果を Fig. 17 に示す。このように、ギャップや目違いの矯正を行わずに組立工程における溶接による変形のみを考慮すると、数十 mm 程度の変形が発生することが分かった。

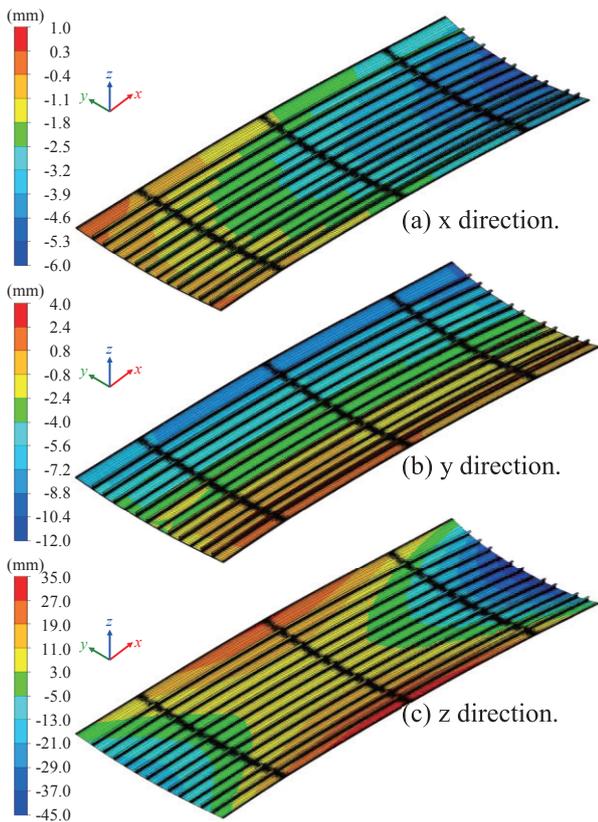


Fig. 13 Distribution of displacement on sub-assembly 1.

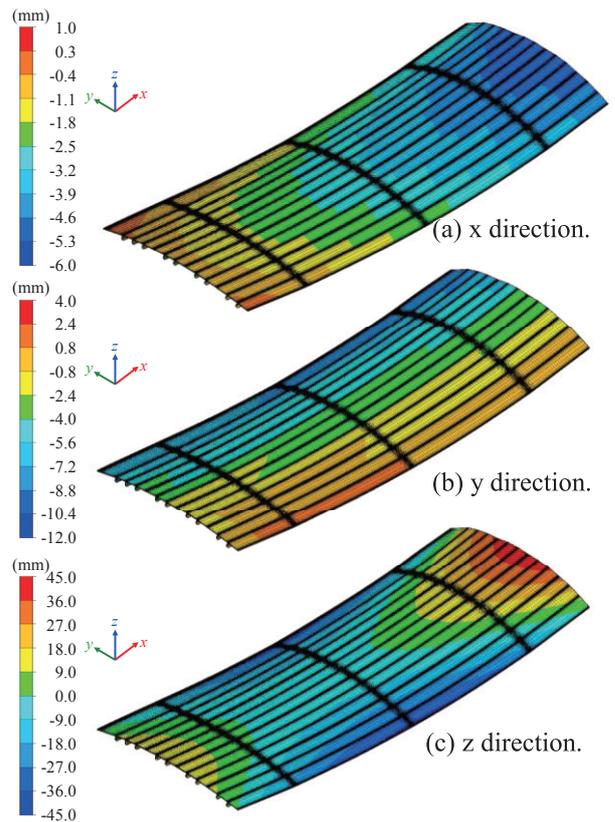


Fig. 14 Distribution of displacement on sub-assembly 2.

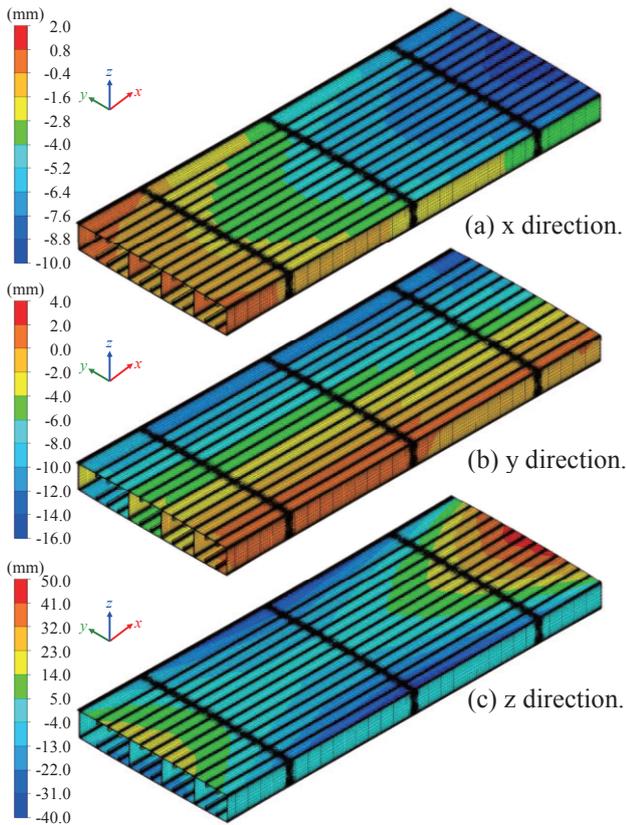


Fig. 15 Distribution of displacement on large assembly 1.

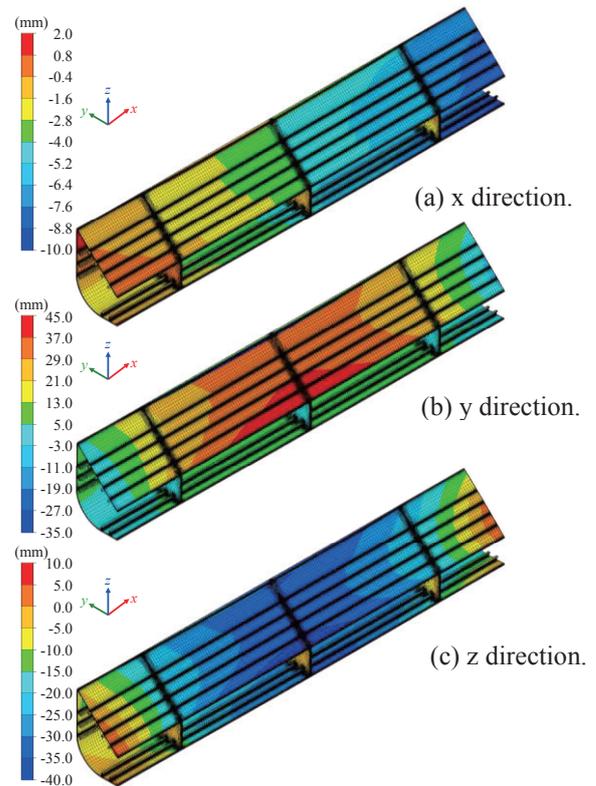


Fig. 16 Distribution of displacement on large assembly 2.

以上の解析は、熱伝導解析から熱弾塑性解析までを約 120 時間(5 日)で終わることができた。このように、提案手法を用いることで、船体二重底ブロックの溶接組立に伴う変形を市販の計算機一台を用いて数日程度で予測できたことから、提案手法は、従来手法では解析が極めて困難な大規模薄板構造物の組立溶接解析において非常に効果的な手法であると言える。

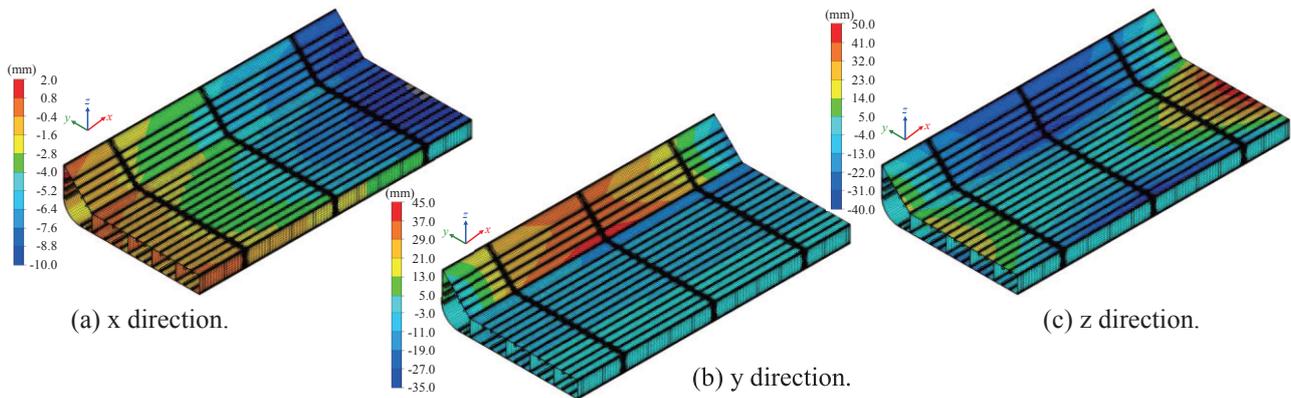


Fig. 17 Distribution of displacement on assembly of ship hull block.

#### 4. 結 言

本研究では、理想化陽解法 FEM の薄板構造物の溶接変形解析への適用性を向上させるために、マルチグリッド法を導入した解析手法を提案した。提案手法を基礎的な薄板溶接の解析に適用し、その性能について検討した。また、提案手法の大規模薄板構造物の解析への適用性を示すために、船体二重底ブロックの建造工程を模擬した問題の解析に提案手法を適用した。その結果、次の結論が得られた。

- 1) 提案手法を基礎的な薄板ビードオンプレート溶接問題の解析に適用し、提案手法および静的陰解法 FEM により得られた溶接変形、残留応力分布に関して比較した結果、提案手法は静的陰解法 FEM とほぼ同等の解析精度を有することが分かった。
- 2) 板厚の異なる薄板ビードオンプレート溶接問題の解析において、提案手法と GPU 並列化を適用した理想化陽解法 FEM、静的陰解法 FEM の計算時間について比較した結果、GPU 理想化陽解法 FEM は解析モデルの板厚が薄くなるほど計算時間が増大するのに対して、提案手法の計算時間は板厚に関係なく解析自由度に比例する程度となることを確認した。また、提案手法は GPU 並列化理想化陽解法 FEM に対して、板厚 10 mm, 16,674 節点の解析モデルにおいては約 10 倍、板厚 20 mm, 30,569 節点の解析モデルにおいては約 5 倍高速に解析可能であることが分かった。以上のことから、提案手法は、従来、理想化陽解法 FEM で計算時間が増加する可能性のあった薄板問題を効率的に解析できることが分かった。
- 3) 提案手法を 1000 万自由度クラスの船体二重底ブロックの溶接組立における変形問題の解析に適用した結果、提案手法を用いることで大規模薄板構造物の溶接変形問題を約 5 日で解析できることが分かった。このことから、提案手法は、従来手法では解析が難しい大規模問題の検討を、大規模な計算設備を用いずに実現できる手法であると言える。

#### 参考文献

- 1) M. Shibahara, K. Ikushima, S. Itoh and K. Masaoka: Computational Method for Transient Welding Deformation and Stress for Large Scale Structure Based on Dynamic Explicit FEM, Quart. J. JWS, Vol.29, No.1 (2011), pp.1-9.
- 2) K. Ikushima, S. Itoh and M. Shibahara: Development of Parallelized Idealized Explicit FEM Using GPU, Quart. J. JWS, Vol.31, No.1 (2013), pp.23-32.
- 3) K. Garatani, H. Okuda, G. Yagawa, A. Krechel and K. Stben: Performance Evaluation of AMG (Algebraic Multigrid) Solver for Large-scaled FEM Analysis, Trans. JSCES, Vol.2001 (2001), Paper No.20010022.
- 4) C. Arakawa: Numerical fluid engineering, University of Tokyo Press (1994), Chap.9.
- 5) K. Stuben and U. Trottenberg: Multigrid Methods: Fundamental Algorithms, Model Problem Analysis and Applications, Lecture Notes in Mathematics, Vol.960 (1982), pp.1-176.
- 6) J. W. Ruge and K. Stuben: Efficient Solution of Finite Difference and Finite Element Equations by Algebraic Multigrid, The Institute of Mathematics and its Applications Conference Series, Clarendon Press, Oxford, (1985), pp.169-221.
- 7) J. W. Ruge and K. Stuben: Algebraic multigrid (AMG) in Multigrid Methods, Frontiers in Applied Mathematics, S. F. McCormick ed., SIAM (1987), pp.73-130.
- 8) K. Stüben: Algebraic Multigrid (AMG): An Introduction with Applications, GMD-Report, Vol.70(1999), pp.1-127.
- 9) 132) M. Brezina, R. Falgout, S. Maclachlan, T. Manteuffel, S. Mccomick and J. Ruge: Adaptive algebraic multigrid, SIAM Journal on Scientific Computing, Vol.27, No.4 (2006), pp.1261-1286.
- 10) P. Vaněk, J. Mandel and M. Brezina: Algebraic Multigrid by Smoothed Aggregation for Second and Fourth Order Elliptic Problems, Computing, Vol.56 (1996), pp.179-196.