

MLPG(メッシュレス法)による溶接力学解析法の開発とその応用

大阪府立大学 大学院 ○ 堀 友則, 柴原 正和
正岡技術開発 正岡 孝治

Development of Numerical Method for Welding Mechanics Based on MLPG (Meshless Local Petrov-Galerkin) and Its Applications

by Tomonori HORI, Masakazu SHIBAHARA, Koji MASAOKA

1. 緒言

溶接は、熱を接合部に集中し局部的に溶融・凝固させることにより材料を接合する加工法であり、効率よく接合できる他、容易に気密性を保持できることから、一般に広く使われている接合方法である。しかし、溶接では、局所的な熱膨張・収縮やそれともなう塑性変形などのために、溶接変形や残留応力の発生が不可避である。これらは、溶接構造物の強度的な信頼性を損なうばかりでなく、円滑な生産の妨げになるために、これらを予測し低減することは、健全な構造物や製品を設計する上で重要となる。現在、有限要素法(FEM)を用いた熱弾塑性解析¹⁾は、最も広く用いられている計算手法の一つである。一方で、FEMにより解析を行う場合には、解析対象物を要素に分割する必要があり、その解析精度は要素の集積度や性質に大きく影響されるため、解析対象物が大規模かつ複雑な形状を有している場合には、要素分割を主とするプリプロセッシングに多くの時間を消費する。さらに、大変形問題やき裂進展問題のように解析途中において要素再分割を必要とする問題では特に多くの労力と計算コストを要する。こうした、問題に対処するために、開発された手法の一つがメッシュレス法である。本研究では、メッシュレス法のひとつである MLPG (Meshless Local Petrov-Galerkin Method)法^{2,3)}を用いて、溶接変形や残留応力を理論的に解析する新たな手法を提案する。MLPG 法では解析対象の形状および境界と節点の座標データのみで解析することが可能であり、要素分割を必要とする FEM 解析と比べ、プリプロセッシング時間の大幅な短縮が期待できる。さらに、解析モデルの寸法変更や、解析精度不足のために既存の解析モデルを用いてより精細に解析を行う際には、FEMのような要素の再分割の手間もなく、節点の追加および削除のみで解析することができる。このことから、FEM 解析法と比べてよりアダプティブな解析を行うことができるものと期待できる。こうした点から MLPG 法は、溶接問題のように移動非線形性および局所非線形性を有する溶接力学問題特有のモデル化をする上で有効な手段になり得ると考えられる。

MLPG 法の特徴として、内挿関数の作成に移動最小二乗法^{4,5)} (MLS)を用いる点が挙げられる。MLS とは、重み関数を取り入れた最小二乗法のことである。MLS の利点としては、重み関数の選択により、内挿関数の 1 階微分を連続にできるため、応力・ひずみの連続性を容易に確保することができる点が挙げられる。このことにより、MLPG 法を用いた解析は、解析領域全体において応力・ひずみの連続性の保持が有効と考えられるき裂進展などの破壊力学問題^{6,7)}、応力集中問題などに有用である。また、MLS により節点のみで内挿関数を作成することができるので、要素のゆがみ影響を受けずに、大変形問題^{8,9)}を扱うことが可能である。このことから、溶接接合部などで発生する応力集中やその後発生する割れやき裂の進展、また、溶接変形と関連する座屈問題などにおいても、MLPG 法が有効であると推察される。

そこで本研究では、MLPG 法を用いた溶接諸問題の力学解析を行う構造解析手法の確立を一連の研究全体の目的とし、その中で、本報告では、MLPG 法による熱弾塑性解析手法の開発を行った。また、基礎的な溶接問題であるビードオンプレートに対して本開発手法を適用することにより、残留応力・溶接変形の解析を行い、本手法の有用性および妥当性について検証を行った。

2. MLPG 法による熱弾塑性解析手法の開発

本章では、MLPG 法による熱弾塑性解析手法において必要となる解析理論について述べる。MLPG 法では、前述のように、内挿関数の作成に MLS(Moving Least Squares)を用いる。これは、FEM における要素の役割を

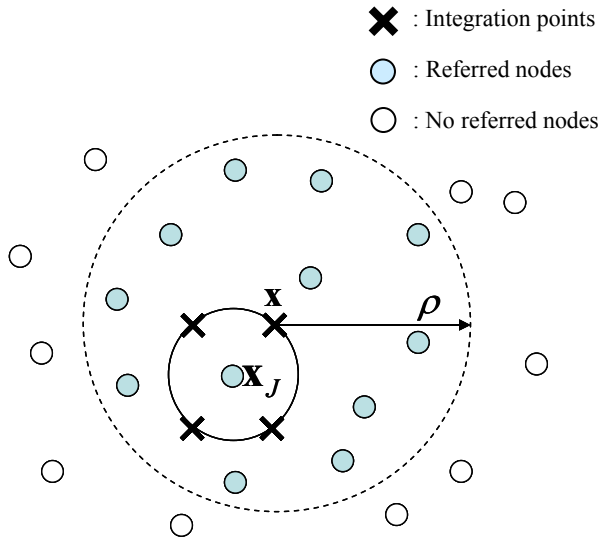


Fig.1 Schematic illustration of Local sub-domain.

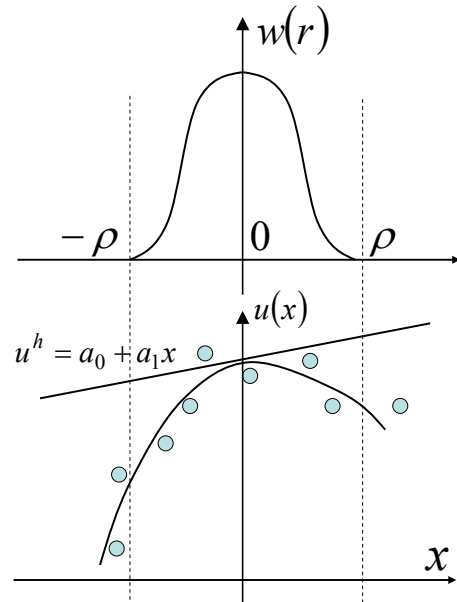


Fig.2 Schematic illustration of weight Function.

担う部分であるため、MLS は MLPG 法における変位ベクトル \mathbf{u} と荷重ベクトル \mathbf{f} を関連付ける \mathbf{K} マトリックスの性質に大きな影響を与える。このことから、MLS は解析精度の面において、非常に重要であるといえる。そこで、本章ではまず、MLS の基礎理論およびその定式化について示す。

2. 1 移動最小二乗法(MLS)

変位や応力・ひずみを評価する評価点 \mathbf{x} の周辺にある節点の位置を \mathbf{x}_J とし、周辺節点 \mathbf{x}_J により作成される変位の近似関数を $u^h(\mathbf{x})$ とおくと、 $u^h(\mathbf{x})$ は以下のような多項式で定義することができる。

$$u^h(\mathbf{x}) = \sum_{J=1}^m p_J(\mathbf{x}) a_J(\mathbf{x}) = \mathbf{p}^T(\mathbf{x}) \mathbf{a}(\mathbf{x}) \quad (1)$$

ここで、 $\mathbf{p}^T(\mathbf{x})$ は基底関数であり、 m は基底ベクトル数を示す。具体的に、2次元問題の線形基底において $\mathbf{p}^T(\mathbf{x})$ は以下のように表わされる。

$$\mathbf{p}^T(\mathbf{x}) = [1, x, y] \quad (2)$$

また、2次元基底においては、次のように表される。

$$\mathbf{p}^T(\mathbf{x}) = [1, x, y, x^2, y^2, xy] \quad (3)$$

なお本研究においては、式(2)で表される線形基底関数を用いて解析を行った。また、 $\mathbf{a}(\mathbf{x})$ は未定係数であり、次式で表される汎関数 J が停留値となるような条件から $\mathbf{a}(\mathbf{x})$ が求められる。

$$J(\mathbf{a}(\mathbf{x})) = \sum_{I=1}^N w(r) [\mathbf{p}^T(\mathbf{x}) \mathbf{a}(\mathbf{x}) - u_I]^2, \quad r = |\mathbf{x} - \mathbf{x}_I| \quad (4)$$

ここで、 u_I は節点 \mathbf{x}_I における未知変位である。また、 N は評価点周辺節点の総数であり、Fig.1 のように、評価点を中心とした円によって定義される領域内にあるものを選ぶ。この領域は一般に影響領域と呼ばれている。また、 $w(r)$ は重み関数であり、本研究においては、次のような4次スプライン関数または、ベジエ関数を用いている。

$$w(r) = \begin{cases} 1 - 6\left(\frac{r}{\rho}\right)^2 + 8\left(\frac{r}{\rho}\right)^3 + 3\left(\frac{r}{\rho}\right)^4 & (0 \leq r \leq \rho) \\ 0 & (\rho < r) \end{cases} \quad (5)$$

$$w(r) = \begin{cases} \sum_{i=0}^{k-1} B_i J_{(k-1)i} & , J_{ni} = C_i \left(\frac{r}{\rho}\right)^i \left\{1 - \left(\frac{r}{\rho}\right)\right\}^{n-i} \\ 0 & (\rho < r) \end{cases} \quad (6)$$

ここで ρ は、Fig.1 に示す影響領域の半径である。また、 β は任意の定数であり、重み関数の勾配を調整するために用いる。続いて、式(4)で表わされる汎関数 J を $\mathbf{a}(\mathbf{x})$ について偏微分して停留値をもとめることにより

クトルを導出する必要がある。一方で、重み関数を必ずしも、内挿関数と一致させなくても良い点も特徴の一つである。この点を利用し、Atluriらにより現在6通りの定式化が検討されている¹³⁾。

その中で本研究では応力やひずみを求める際の積分法が比較的容易で計算効率が良く、また、高精度であるとされるMLPG5に注目し、溶接過渡問題特有の材料非線形性を考慮した解析を行うため、増分法による定式化を行う。

全体領域 Ω において、テンソル表記で σ_{ij} を応力、 $d\sigma_{ij}$ を応力増分、 b_j を体積力、また db_j を体積力増分とすると、平衡方程式は次のように表わすことができる。

$$\sigma_{ij,j} + d\sigma_{ij,j} + b_j + db_j = 0 \quad \text{in } \Omega \quad (13)$$

MLPG法の定式化では、まずFig.3で示すような、節点 I 近傍に局所的な積分領域 Ω_s を設定する。この局所領域において、平衡方程式を満足させるように、重み付き残差法を適用する。すなわち、

$$\int_{\Omega_s} (\sigma_{ij,j} + d\sigma_{ij,j} + b_j + db_j) v_i d\Omega = 0 \quad (14)$$

続いて、部分積分 $\sigma_{ij,j} v_i = (\sigma_{ij} v_i)_{,j} - \sigma_{ij} v_{i,j}$ を(12)式に適用し、弱形式化する。

$$\int_{L_s} n_j (\sigma_{ij} + d\sigma_{ij}) v_i d\Gamma + \int_{\Gamma_{st}} (\bar{t}_i + d\bar{t}_i) v_i d\Gamma - \int_{\Omega_s} (\sigma_{ij} + d\sigma_{ij}) v_{i,j} d\Omega + \int_{\Omega_s} (b_i + db_i) v_i d\Omega = 0 \quad (15)$$

ここで、 t は表面力を表わす。重み関数 v については、MLPG5では以下に示すような積分領域内で一定となり領域外で零となるようなヘビサイド関数を用いる。

$$v(x) = \begin{cases} 1 & \text{at } x \in \Omega_s \\ 0 & \text{at } x \notin \Omega_s \end{cases} \quad (16)$$

これにより、次式で示すように体積力項を除いては体積分は必要無くなり、境界上でのみの積分で解析することが可能となる。このことにより、計算に必要な積分点数を減らすことができるため計算効率が良い¹⁴⁾。

$$\int_{L_s} d\sigma_{ij} n_j d\Gamma = - \int_{\Gamma_{st}} (\bar{t}_i + d\bar{t}_i) d\Gamma - \int_{\Omega_s} (b_i + db_i) d\Omega - \int_{L_s} \sigma_{ij} n_j d\Gamma \quad (17)$$

なお、 L_s は全体境界 Γ を含まない局所積分領域の境界であり、 Γ_{st} は自然境界を表わす。

次に簡単のため、ベクトル・マトリックス表記で記述し、前節で示した、応力増分を式(17)に適用すると次式が得られる。

$$\int_{L_s} \mathbf{N}^T \mathbf{D} \mathbf{B}^J d\mathbf{u}^J d\Gamma = - \int_{\Gamma_{st}} (\bar{\mathbf{t}} + d\bar{\mathbf{t}}) d\Gamma - \int_{\Omega_s} (\mathbf{b} + d\mathbf{b}) d\Omega - \int_{L_s} \mathbf{N}^T \boldsymbol{\sigma} d\Gamma + \int_{L_s} \mathbf{N}^T \mathbf{g} d\Gamma d\Gamma \quad (18)$$

ここで、 \mathbf{N} は方向余弦を成分に持つマトリックスである。また、 \mathbf{B} はMLSより得られる内挿関数の微係数から構成されるマトリックスで、2次元問題においてはそれぞれ以下のように表わされる。

$$\mathbf{N}^T = \begin{bmatrix} n_1 & 0 & n_2 \\ 0 & n_2 & n_1 \end{bmatrix}, \quad (\mathbf{B}^J)^T = \begin{bmatrix} \phi_{,1}^J & 0 & \phi_{,2}^J \\ 0 & \phi_{,2}^J & \phi_{,1}^J \end{bmatrix} \quad (19)$$

ただし、添え字 J は、Fig.3に示すような注目する節点 I の積分点に関する影響領域内に含まれる節点を表わす。ここで、式(18)は節点 I 近傍の局所領域のみで成立するものなので、他の節点についても同様の処理を行い、それらを加算すると次の式が得られる。

$$\sum_{J=1}^N \mathbf{K}_{IJ} d\mathbf{u}^J = d\mathbf{f}_I^I + d\mathbf{f}_V^I + \mathbf{G}^I + \mathbf{R}^I \quad (20)$$

ただし、

$$\mathbf{K}_{IJ} = \int_{L_s} \mathbf{N}^T \mathbf{D} \mathbf{B}^J d\Gamma \quad (21)$$

$$d\mathbf{f}_I^I = - \int_{\Gamma_{st}} d\bar{\mathbf{t}} d\Gamma \quad (22)$$

$$\mathbf{G} = \int_{L_s} \mathbf{N}^T \mathbf{g} d\Gamma d\Gamma \quad (23)$$

$$\mathbf{R} = -\int_{\Gamma_{st}} \bar{\mathbf{t}} d\Gamma - \int_{\Omega_s} \mathbf{b} d\Omega - \int_{L_s} \mathbf{N}^T \boldsymbol{\sigma} d\Gamma \quad (24)$$

ここで \mathbf{K} は関係マトリックス, $d\mathbf{f}_i$ は表面力ベクトル増分, $d\mathbf{f}_v$ は体積力ベクトル増分, \mathbf{G} は材料非線形による関連ベクトル, および, \mathbf{R} は残差力ベクトルである. 本手法は増分理論に基づく解析手法であるので, 逐次線形化に伴う残差力 \mathbf{R} を Newton-Raphson 法などの繰り返し計算により収束させる必要がある. 本手法による解析全体の計算ループを Fig.5 に示す. 同図に示すとおり, 解析ではまず, 各時間ステップにおける節点温度を読み込み, 温度増分が大きい場合は分割して解析を行う. 続いて, 式(21)に示す \mathbf{K} マトリックスを作成し, 式(23)の材料非線形による \mathbf{G} ベクトルを計算し, 変位増分 $d\mathbf{u}$ を求める. このプロセスを, 残差力が十分小さくなるまで繰り返す. 以上の計算を, それぞれの温度ステップで行うことで, 時々刻々と変化する変位場, 応力場およびひずみ場を算出することができる. なお, 実際の解析では, 重み付き残差法を適用する際に, 基本境界条件を満足させるように, ペナルティー法を用いて, 定式化を実行しているが, この説明に関しては, ここでは, 紙面の都合上割愛する.

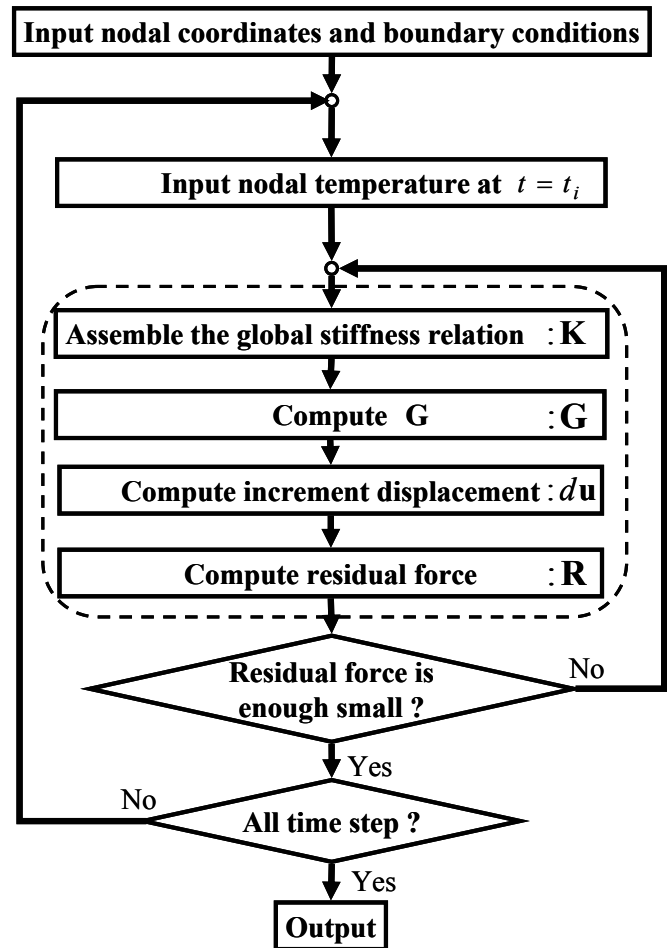


Fig.5 Flowchart of proposed method

3. ビードオンプレートの溶接変形・残留応力解析

本章においては, 基礎的な溶接問題である平板のビードオンプレート時における溶接変形および残留応力について提案手法を適用し, 得られた結果を FEM 解析結果と比較をすることにより, 提案手法の解析精度について検証を行った.

3. 1 均一節点分布による MLPG 解析

Fig.6 に示すような幅 200(mm), 長さ 200(mm)の平板を解析対象とし, 問題の対称性を考慮して 1/2 モデルを用いた. 解析に用いた節点分布を Fig.7 に示す. 同図に示す板幅方向に対し等間隔に 21 節点, 長手方向に 41 節点の計 861 節点のモデルを標準モデルとする. 溶接条件としては, 溶接速度を $v=3(\text{mm/s})$ として固定し, 入熱量を $100(\text{J/mm})$ から $280(\text{J/mm})$ まで 5 通りに変化させた. 解析で用いた材料定数の温度依存性は Fig.3 に示した. ただし,

E : ヤング率, α : 線膨張係数, σ_y : 降伏応力, c : 比熱, ρ : 密度, λ : 熱伝導係数, γ : 熱伝達係数とする.

解析結果を横収縮について整理した図が Fig.8 である. ○印で示す実線が MLPG による解析結果であり, △印で示す破線が FEM による解析結果である. 同図より, MLPG による解析結果と FEM による解析結果の両者は入熱量の変化にかかわらず, 良好に一致していることが確認できる.

次に, 平均縦収縮について整理した図が Fig.9 である. 平均縦収縮とは, 同図中に示す A-A'

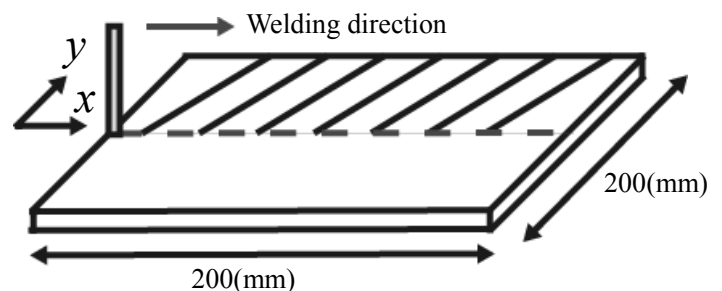


Fig.6 Shape and size of bead-on-plate model

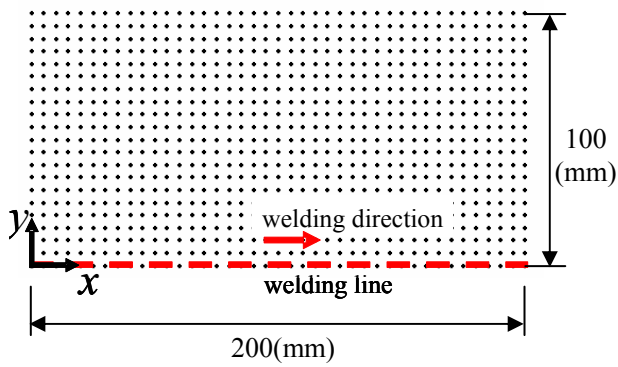


Fig.7 Uniform nodal point distribution model.

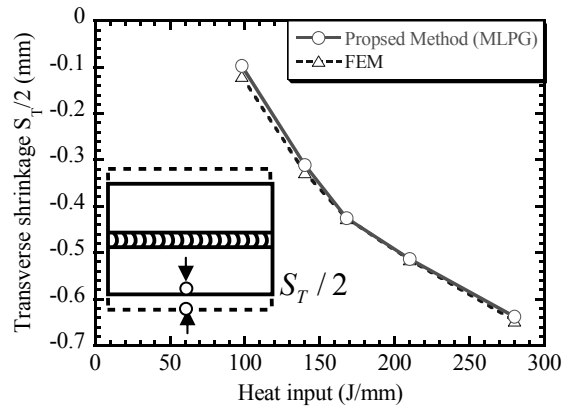


Fig.8 Influence of heat input on transverse shrinkage.

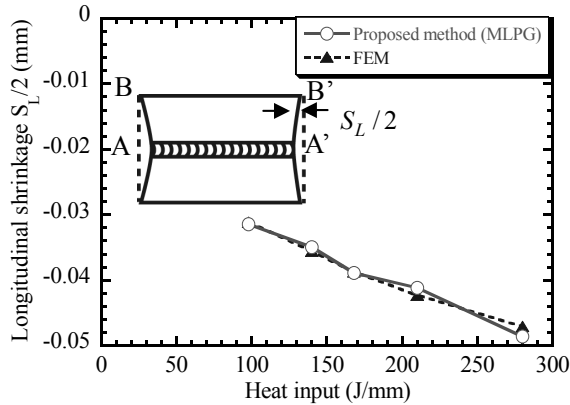


Fig.9 Influence of heat input on longitudinal shrinkage.

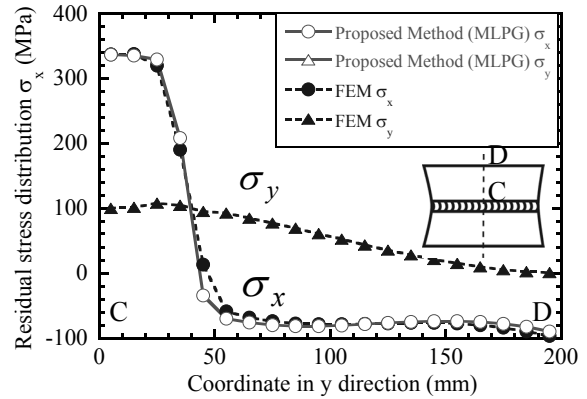


Fig.10 Residual stress distribution on the cross section.

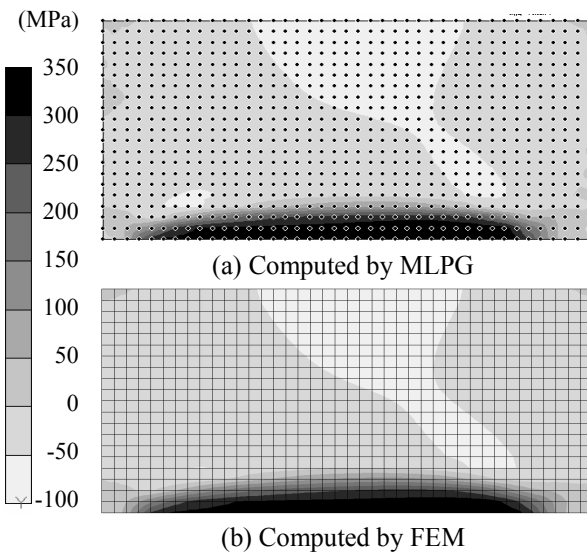


Fig.11 Distribution residual stress in x direction σ_x (Q=280 J/mm).

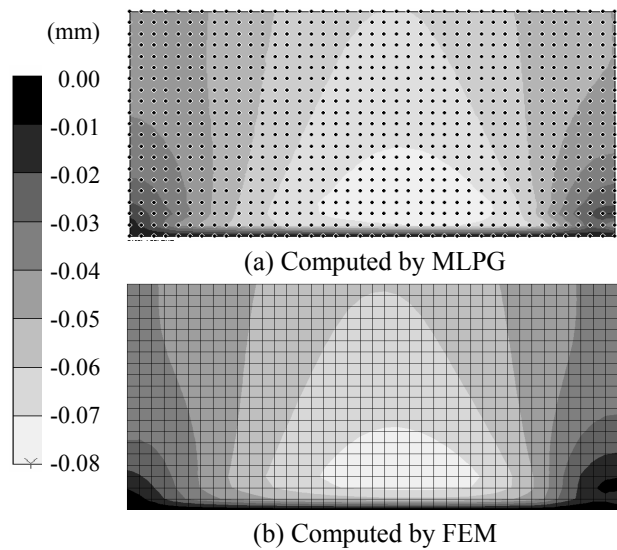


Fig.12 Distribution of welding deformation in y direction (Q=280 J/mm).

部から B-B'部における縦収縮量 S_L を板幅方向座標で平均化したものである。同図に示す結果より、入熱量が比較的大きな $Q=210$ (J/mm)および $Q=280$ (J/mm)の場合において、わずかに差が見られるが、FEM 解析結果と MLPG 解析結果の両者は良好に一致していると言える。

次に、Fig.10 に、入熱量 $Q=280$ (J/mm)における溶接線中央横断面 C-D 上における残留応力について示す。○印および△は MLPG による x 方向応力 σ_x および y 方向応力 σ_y を示し、●印および▲印は FEM による σ_x および σ_y を示す。同図より、x 方向応力 σ_x および y 方向応力 σ_y のいずれの分布においても両者は良好に一致していることが確認できる。さらに、Fig.11 に、x 方向応力 σ_x の分布を示し、また、Fig.12 に、y 方向変位分布を示す。(a)は MLPG による解析結果であり、(b)は FEM による解析結果を示す。これらの結果より、提案手法および FEM により得られた応力分布および変位分布は解析領域全体において、良好に一致していること

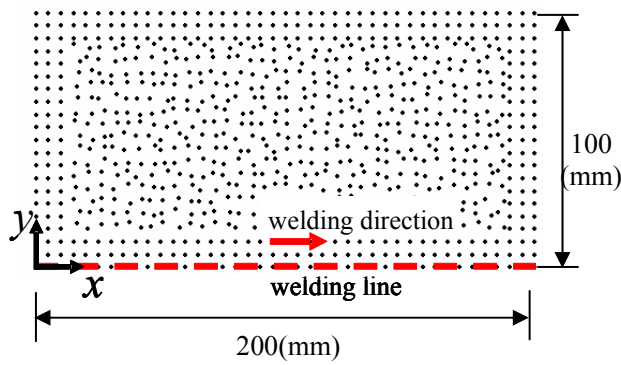


Fig.13 Non-uniform nodal point distribution.

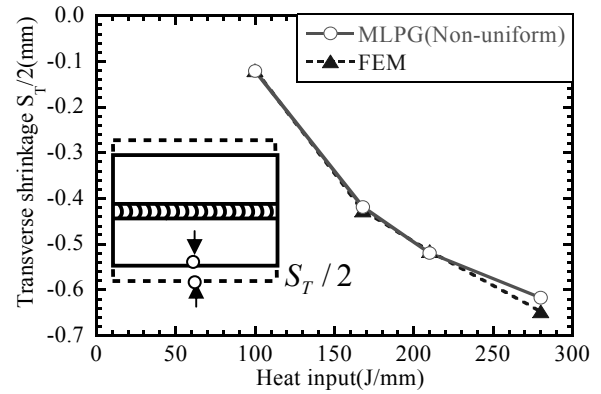


Fig.14 Influence of heat input on transverse Shrinkage

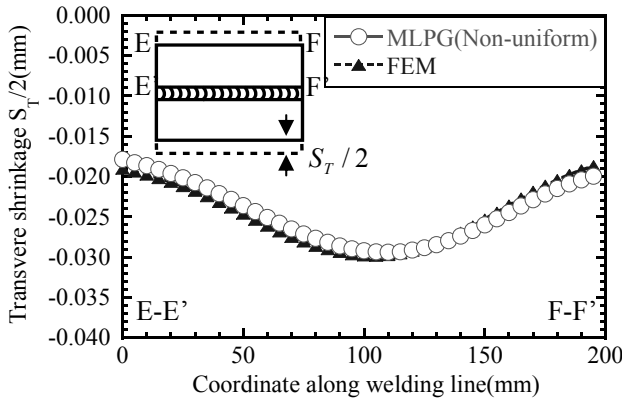


Fig.15 Comparison between MLPG (non-uniform) and FEM on transverse shrinkage

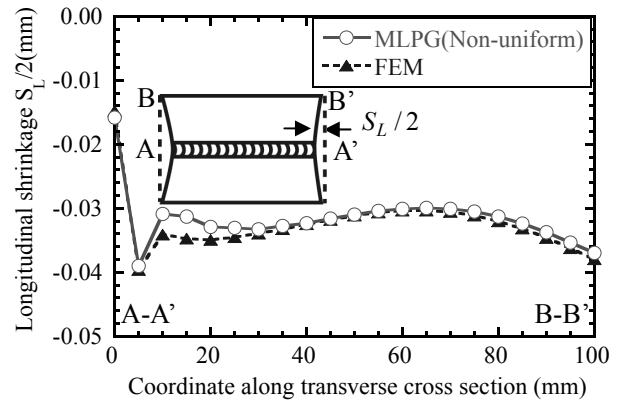


Fig.16 Comparison between MLPG (non-uniform) and FEM on longitudinal shrinkage

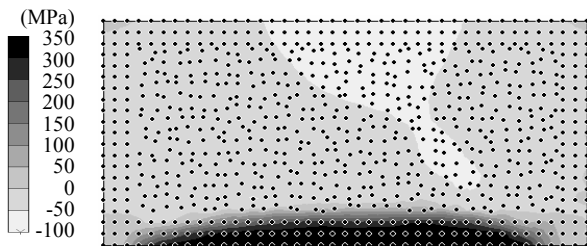


Fig.17 Computed by MLPG using non-uniform nodes Distribution of residual stress in x direction σ_x .

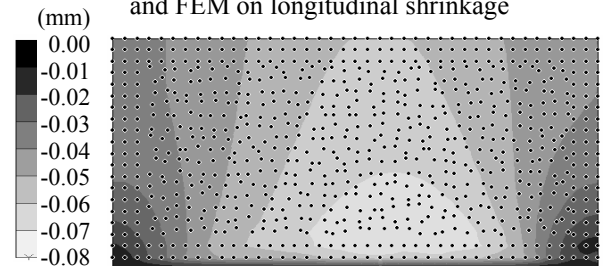


Fig.18 MLPG (non-uniform distribution) Distribution of residual displacement in y direction.

が確認できる。

3. 2 ランダム節点分布による解析

MLPG 法による解析の特徴として、ランダムな節点分布による解析を可能にしている点があげられる。このことにより、特に三次元問題のプリプロセッシングの際には、節点と要素のコネクティビリティを考慮する必要がなくなるので、いかなる節点分布であっても原理的には解析可能になり、このことは MLPG 法を用いた解析をする際に非常に有利な点であると考えられる。そこで本節では、節点分布をランダムに配置した場合について解析を行った。解析に用いたモデルを、Fig.13 に示す。節点数は 861 点であり、前節で用いた均一節点の場合と同様である。節点の配置方法として、まず、境界上に節点を配置し、残りの節点を境界内に収まるような範囲で乱数を用いてランダムに配置した。ここで、MLS の重み関数として、式(6)で示されるベジエ関数を用いた。その理由として、ランダム節点分布の場合、節点間距離が小さい節点も数多く存在するため、評価点近傍の節点との微妙な位置の差が生じるが、ベジエ関数はその違いを重み関数の値の差により表現可能な点が挙げられ、そのことにより、精度向上が期待できる。

解析における溶接条件は、入熱量が 100(J/mm), 168(J/mm), 210(J/mm), 280(J/mm) の場合の 4 通りとし、溶接速度は $v=3$ (mm/s) で一定とした。その結果について、入熱量が横収縮量に及ぼす影響について検討した結果を Fig.14 に示す。図中の○印は MLPG による解析結果を示し、▲印は FEM による解析結果を示す。同図より、ランダムに配置した節点分布による MLPG 解析結果と FEM 解析結果の両者は概ね一致していると言える。Fig.15 では、入熱量 $Q=100$ (J/mm) の場合における横収縮分布についての比較を示す。ここで、横収

縮分布とは、同図中における E-F 部から E'-F'部の y 方向変位量を引いた分布と定義する。この結果より、ランダム節点分布を用いた場合における MLPG 解析結果として得られる横収縮分布は、十分な精度が得られていると考えられる FEM 解析結果と良好に一致していることが確認できる。次に、Fig.16 に、入熱量 $Q=100(\text{J}/\text{mm})$ における縦収縮分布の比較を示す。縦収縮分布とは、横収縮分布と同様に、同図中の A-B 部から A'-B'部の x 方向変位量を引いたものと定義する。同図より、溶接線近傍、すなわち $y=10$ から $20(\text{mm})$ 付近において、MLPG による縦収縮量が FEM 解析解よりも $0.004(\text{mm})$ 程度小さい領域が存在するが、それ以外の領域においては、三者は良好に一致しており、実用上十分な精度で解析できていることが確認できる。

最後に、入熱量 $Q=100(\text{J}/\text{mm})$ の場合の x 方向残留応力 σ_x の分布および y 方向残留変位分布をそれぞれ、Fig.17 および Fig.18 に示す。これらの結果と Fig.11 および Fig.12 で示した均一節点分布による解析結果および FEM 解析結果を比較すると、両者は良好に一致していることが分かる。

以上より、MLPG 法において、ランダムに配置された節点分布を用いた場合においても、溶接変形および残留応力結果共に、実用上十分な精度で解析可能であることが分かる。このことは、今後、特に複雑な形状を有する溶接継手部の三次元解析において、MLPG 法は効果的であると考えられ、本手法の将来性に期待が持てる。

4. 結 言

本研究では、新たに溶接過渡力学問題に対して適用可能である MLPG に基づく熱弾塑性解析手法の定式化を行い、本手法を、基礎的な溶接問題であるビードオンプレートに適用した結果、以下の結論を得た。

1. 本手法を用いることで、溶接変形および残留応力の解析が可能であることを示した。
2. 均一節点分布モデルを対象とした MLPG 解析結果を、同様に節点配置した場合の FEM 解析結果と比較したところ、溶接変形および残留応力ともに良好に一致することがわかった。
3. 一般の FEM 解析では困難であると考えられる、ランダム節点分布による解析においても、本手法による解析結果および FEM による解析結果は良好に一致することを確認し、その有効性を示すことができた。

参考文献

- 1) John A.Goldak ; Mehdi Akhlaghi : COMPUTATIONAL WELDING MECHANICS, (2005), Springer, pp1-64
- 2) Atluri S.N. ; Zhu T : A new meshless local Petrov-Galerkin(MLPG) approach in computational mechanics, (1998), Comput Mech, Vol.22, pp.117-127
- 3) Atluri S.N. ; Kin H.G. ; Cho J.Y. : A critical assessment of the truly Meshless Local Petrov-Galerkin(MLPG),and Local Boundary Integral Equation(LBIE) methods, (1999), Computational Mechanics, Vol.24, pp.348-372
- 4) Belytschko T ; Lu YY ; Gu L : Element-free Galerkin methods., (1994), Int.J.Num.Meth.Eng, Vol37, pp.229-256
- 5) B. Nayroles ; G. Touzot ; P. Villon : Generalizing the finite element method: diffuse approximation and diffuse elements, (1992), Comput. Mech, Vol10, pp307-318
- 6) Ching H.K. ; Batra R.C. : Determination of crack tip fields in linear elastostatics by the meshless local Petrov-Galerkin(MLPG) method, (2001), CMES, Vol.2, pp.273-290
- 7) Gao L. ; Liu K. ; Liu Y. : Applications of MLPG method in dynamic fracture problems, (2006), CMES, Vol.12, pp.181-195
- 8) LongS.Y. ; Atluri S.N. ; A meshless local Petrov-Galerkin(MLPG) for solving the bending problem of a thin plate, (2002), CMES, Vol.3, pp.53-63
- 9) Han Z.D. ; Rajendran A.M. ; Atluri S.N. : Meshless Local Petrov-Galerkin(MLPG) approaches for solving nonlinear problems with large deformations and rotations, (2005), CMES, Vol.10, pp.1-12
- 10) Fernandez-Mendez S. ; Huerta A. : Imposing essential boundary condition in mesh-free methods, (2004), Comput. Methods. Appl. Mech. Eng., (2004), Vol.193
- 11) Liu G.R. ; Gu Y.T. : An Introduction to Meshfree Methods and Their Programming, (2005), Springer, pp250-309
- 12) H.Murakawa : Introduction to Numerical Methods in Welding Mechanics, (1985)
- 13) Atluri S.N. ; Shen S.P. : The meshless local Petrov-Galerkin(MLPG) Method: a simple & less costly alternative to the finite element and boundary element methods, (2002), CMES, Vol.3, pp.11-51
- 14) Atluri S.N. ; Han. Z. D. ; Rajendran. A. M. : A New Implementation of the Finite Volume Method: Through the MLPG "Mixed" Approach, CMES, Vol.6, pp.491-513