

MLPG 法による溶接構造解析手法の開発

— MLPG 法による熱伝導解析法の開発 —

学生員 旦 越雄* 正員 柴原 正和*
 正員 正岡 孝治*

Development of Structural Analysis for Welding by MLPG
 — Development of Heat Conduction Analysis by MLPG —

by Etsuo Dan, *Student Member* Masakazu Shibahara, *Member*
 Koji Masaoka, *Member*

Key Words: MLPG, MLS, Heat Conduction Analysis, Welding, Computer simulation

1. 緒 言

近年、数値シミュレーション技術の進歩及びコンピューターの演算能力の向上に伴い、FEM による溶接構造解析は実用上十分な精度で解析出来つつある。しかし解析対象が大規模で、しかも複雑な形状をしているような場合には、要素分割などプリプロセッシングに多くの時間を消費する必要があり、問題となっている。

そこで、MLPG 法 (Meshless Local Petrov-Galerkin Method)¹⁾をはじめとするメッシュレス法が開発された。MLPG 法とは、解析に要素分割を全く使用しない完全なるメッシュレス法の1つである。そのため、要素・節点間のコネクティビリティ情報が不要となり、プリプロセッシング時間が大幅に短縮され、作業効率の向上が見込まれる。そのため、MLPG 法は、FEM に代わる次世代構造解析法として期待される手法である。

そこで本研究では、この MLPG 法を用いた新しい溶接構造解析手法を開発することを目標に、まずは熱伝導解析を対象に、MLPG 法による定式化を行った。さらに、本解析法の溶接問題への適用性について検討するため、ビードオンプレートに対し本手法を適用し、本手法の基礎的特性について検討した。

2. 解析理論

2.1 移動最小二乗法(MLS)²⁾³⁾

MLPG 法では、変位の近似関数の作成方法として、移動最小二乗法 (Moving Least-Squares approximation 以下、MLS) を用いる場合が多い。以下にその概要を示す。

任意の評価点における変位の近似関数は次式のように定義される。

$$u^h(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^m p_j(\mathbf{x}) a_j(\mathbf{x}) = \mathbf{p}^T(\mathbf{x}) \mathbf{a}(\mathbf{x}) \quad (1)$$

ただし、式(1)において、 $\mathbf{p}^T(\mathbf{x})$ は次式により定義される基底関数ベクトルである。

$$\mathbf{p}^T(\mathbf{x}) = [1, x, y, z] \quad \text{1次基底: } m=4 \quad (2)$$

$$\mathbf{p}^T(\mathbf{x}) = [1, x, y, z, x^2, y^2, z^2, xy, yz, zx] \quad 2$$

*大阪府立大学大学院工学研究科

原稿受付
 秋季講演会において講演
 ©日本船舶海洋工学会

次基底: $m=10$ (3)

また式(1)中の $\mathbf{a}(\mathbf{x})$ は、次に示すような評価関数 J を最小化させるように決定される未定係数ベクトルである。

$$J = \sum_{k=1}^N w(\mathbf{x} - \mathbf{x}_k) [\mathbf{p}^T(\mathbf{x}_k) \mathbf{a}(\mathbf{x}) - \hat{u}^k]^2 \quad (4)$$

ここで Fig.1 に示すように、 \mathbf{x}_k は任意の評価点 I の近傍に存在する節点座標ベクトルを示している。図中の $\Omega_{r_k}^k$ は各節点の影響領域、 ρ_k はその半径、 r_k は評価点と各節点との距離、 N は評価点近傍に存在する節点の個数を表している。また、 $w(\mathbf{x} - \mathbf{x}_k) = w(r_k)$ は重み関数であり、本研究では式(5)に示すようなスプライン関数を採用した。

$$w(r_k) = \begin{cases} 1 - 6\left(\frac{r_k}{\rho_k}\right)^2 + 8\left(\frac{r_k}{\rho_k}\right)^3 - 3\left(\frac{r_k}{\rho_k}\right)^4, & 0 \leq r_k \leq \rho_k \\ 0, & r_k \geq \rho_k \end{cases} \quad (5)$$

さらに、 \hat{u}^k は評価点近傍に存在する節点変位を示している。式(4)において、未定係数ベクトル $\mathbf{a}(\mathbf{x})$ についての停留条件より、次式を得る。

$$\mathbf{A}(\mathbf{x}) \mathbf{a}(\mathbf{x}) = \mathbf{B}(\mathbf{x}) \hat{\mathbf{u}} \quad (6)$$

ここで $\mathbf{A}(\mathbf{x})$ 、 $\mathbf{B}(\mathbf{x})$ 、 $\hat{\mathbf{u}}$ はそれぞれ以下の通りである。

$$\mathbf{A}(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^N w(\mathbf{x} - \mathbf{x}_k) \mathbf{p}(\mathbf{x}_k) \mathbf{p}^T(\mathbf{x}_k) \quad (7)$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{x}) = [w_1(\mathbf{x}) \mathbf{p}(\mathbf{x}_1), w_2(\mathbf{x}) \mathbf{p}(\mathbf{x}_2), \dots, w_N(\mathbf{x}) \mathbf{p}(\mathbf{x}_N)] \quad (8)$$

$$\hat{\mathbf{u}}^T = [\hat{u}^1, \hat{u}^2, \dots, \hat{u}^N] \quad (9)$$

式(6)より得られた $\mathbf{a}(\mathbf{x})$ を式(1)に代入すると、内挿関数 $\phi(\mathbf{x})$ を含む次式が導出される。

$$u^h(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^N \phi^k(\mathbf{x}) \hat{u}^k \quad (10)$$

ここで $\phi^k(\mathbf{x})$ は次式の通りである。

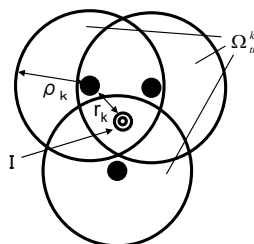


Fig.1 Definition of domain of MLS approximation for trial function at point I.

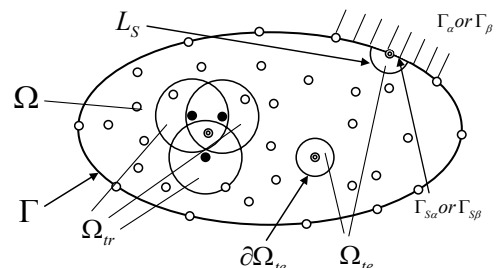


Fig.2 Schematics illustration of MLPG method.

$$\phi^k(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^m p_j(\mathbf{x}) [\mathbf{A}^{-1}(\mathbf{x}) \mathbf{B}(\mathbf{x})]_{jk} \quad (11)$$

2.2 MLPG による熱伝導解析理論

一般的に Fig.2 に示すような、境界 Γ に囲まれた領域 Ω 内における非定常熱伝導問題の支配方程式は、次式のように表される。

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \dot{Q} \quad \text{in } \Omega \quad (12)$$

ここで、 T : 温度、 c : 比熱、 ρ : 密度、 λ : 熱伝導率、 \dot{Q} : 単位時間、単位体積当たりの発熱量とする。式(12)を、積分領域 Ω_{ie} について、それぞれ重み付き残差法により弱形式化すると以下のように表すことができる。

$$\int_{\Omega_{ie}} \left\{ c\rho \frac{\partial T}{\partial t} - \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) - \dot{Q} \right\} v d\Omega = 0 \quad (13)$$

ここで v は、重み関数である。次に式(13)を部分積分し、ガウスの発散定理を用いると、次式のようになる。

$$\int_{\Omega_{ie}} \left\{ c\rho \frac{\partial T}{\partial t} - \dot{Q} \right\} v d\Omega + \int_{\Omega_{ie}} \lambda \left\{ \frac{\partial T}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial T}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial T}{\partial z} \frac{\partial v}{\partial z} \right\} d\Omega - \int_{\partial\Omega_{ie}} \lambda \left(\frac{\partial T}{\partial x} n_x + \frac{\partial T}{\partial y} n_y + \frac{\partial T}{\partial z} n_z \right) v d\Gamma = 0 \quad (14)$$

ここで、 $\partial\Omega_{ie}$ は積分領域の境界部を表し、 \mathbf{n} はその境界上における外向き法線である。

積分領域 Ω_{ie} の重み関数 v について、

$$v(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1 & \text{at } \mathbf{x} \in \Omega \\ 0 & \text{at } \mathbf{x} \notin \Omega \end{cases} \quad (15)$$

となるようなヘビサイド関数を適用すると、以下のように式変形できる。

$$\int_{\Omega_{ie}} \left\{ c\rho \frac{\partial T}{\partial t} - \dot{Q} \right\} d\Omega - \int_{\partial\Omega_{ie}} \lambda \left(\frac{\partial T}{\partial x} n_x + \frac{\partial T}{\partial y} n_y + \frac{\partial T}{\partial z} n_z \right) v d\Gamma \quad (16)$$

式(16)に、境界条件として、ペナルティ法による温度拘束と、熱伝達による外部への熱移動を考慮すると、式(16)はペナルティ係数 α と熱伝達係数 β を含む次式のように表すことが出来る。

$$\int_{\Omega_{ie}} \left\{ c\rho \frac{\partial T}{\partial t} - \dot{Q} \right\} d\Omega - \int_{L_s} \lambda \left(\frac{\partial T}{\partial x} n_x + \frac{\partial T}{\partial y} n_y + \frac{\partial T}{\partial z} n_z \right) v d\Gamma$$

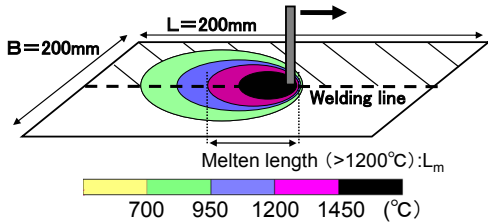


Fig.3 Shape and size of specimen to be analyzed.

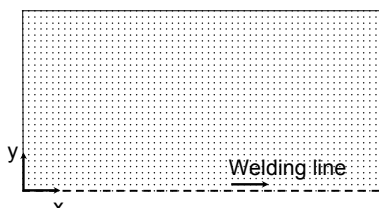


Fig.4 Nodal points distribution.

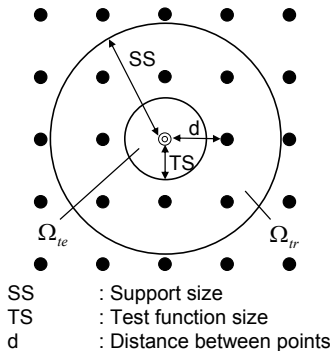


Fig.5 Geometrical parameters of MLPG.

$$- \int_{\Gamma_{Sa}} \alpha (T - \bar{T}) d\Gamma + \int_{\Gamma_{S\beta}} \beta (T - T_0) d\Gamma = 0 \quad (17)$$

ここで、 \bar{T} は温度拘束境界 Γ_{α} で拘束している温度、 T_0 は熱伝達境界 Γ_{β} で考慮すべき外部温度を表している。また、 Γ_{Sa} 、 $\Gamma_{S\beta}$ は、積分領域境界 $\partial\Omega_{ie}$ の一部で全体の境界 Γ 上に位置する部分、 L_s は その他の部分を示している。従って、 Ω_{ie} が解析対象の物体内部に完全に含まれるならば、式(17)の左辺は、第一項と第二項のみとなる。

節点における温度の近似関数を、MLS を用いて作成すると以下のように表現される。

$$T^h(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^N \phi^j(\mathbf{x}) \hat{T}^j \quad (18)$$

上式を式(17)に代入すると、次式が得られる。

$$\sum_{j=1}^N \int_{\Omega_{ie}} c\rho \phi^j(\mathbf{x}) \hat{T}^j d\Omega - \sum_{j=1}^N \int_{\Gamma_{Sa}} \alpha \phi^j(\mathbf{x}) \hat{T}^j d\Gamma + \sum_{j=1}^N \int_{\Gamma_{S\beta}} \beta \phi^j(\mathbf{x}) \hat{T}^j d\Gamma - \sum_{j=1}^N \int_{L_s} \lambda \left(\frac{\partial \phi^j(\mathbf{x})}{\partial x} n_x + \frac{\partial \phi^j(\mathbf{x})}{\partial y} n_y + \frac{\partial \phi^j(\mathbf{x})}{\partial z} n_z \right) \hat{T}^j d\Gamma = \int_{\Omega} \dot{Q} d\Omega - \int_{\Gamma_{Sa}} \alpha \bar{T} d\Gamma + \int_{\Gamma_{S\beta}} \beta T_0 d\Gamma \quad (19)$$

上式をマトリックス形式に整理すると、次式が得られる。

$$\sum_{j=1}^N \left(C_{IJ} \hat{T}^j + K_{IJ} \hat{T}^j \right) = f_I \quad (20)$$

ただし、

$$C_{IJ} = \int_{\Omega_{ie}} c\rho \phi^j(\mathbf{x}) d\Omega$$

$$K_{IJ} = - \int_{L_s} \lambda \phi_k^j(\mathbf{x}) n_k d\Gamma - \int_{\Gamma_{Sa}} \alpha \phi^j(\mathbf{x}) d\Gamma + \int_{\Gamma_{S\beta}} \beta \phi^j(\mathbf{x}) d\Gamma \quad (21)$$

$$f_I = \int_{\Omega} \dot{Q} d\Omega - \int_{\Gamma_{Sa}} \alpha \bar{T} d\Gamma + \int_{\Gamma_{S\beta}} \beta T_0 d\Gamma$$

3. 熱伝導解析結果

3.1 解析条件

本章では、Fig.3 に示すような平板のビードオンプレートを対象として提案手法の精度検証を行った。問題の対称性を考慮し、Fig.3 中斜線部に示す 1/2 部分のみモデル化し解析を行った。Fig.4 に示す図は、次節における解析に用いた 1891 節点の場合の節点分布図である。また、Fig.5 に示す MLPG 特有のパラメータである SS および TS は、それぞれ影響領域半径、積分領域半径を示す。なお、次節以降の解析においては、精度検証時における節点分布位置による影響を避けるため、節点間の距離 d は一定として解析を実施した。また、MLS における基底は 2 次基底を選択した。溶接条件は、入熱量 $Q=100$ J/mm、溶接速度 $v=10$ mm/s とし、材料定数の温度依存性は Fig.6 に示す通りとした。

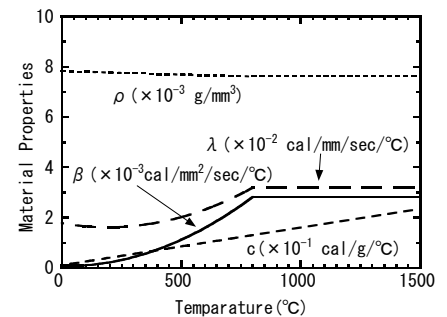
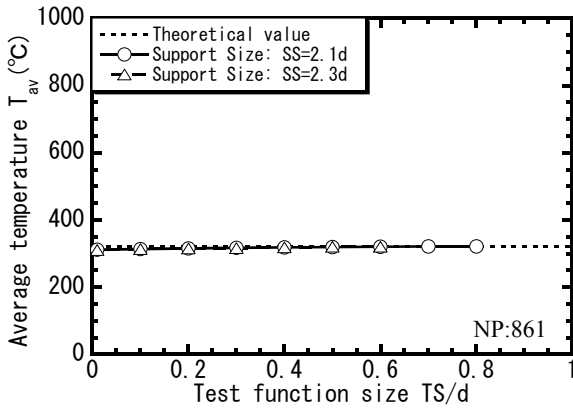
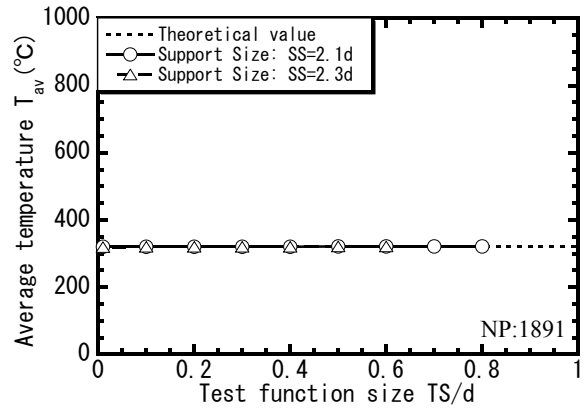


Fig.6 Temperature dependent physical constants.

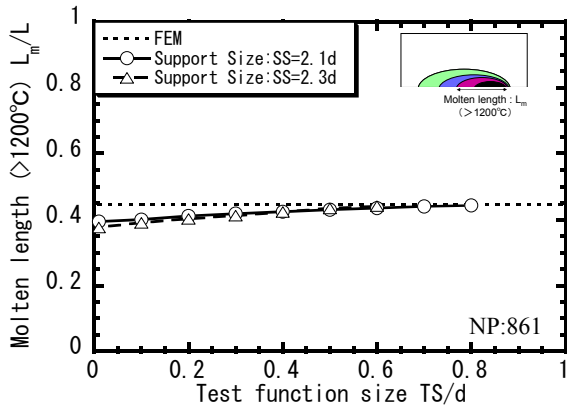


(a) The number of nodal points: 861.

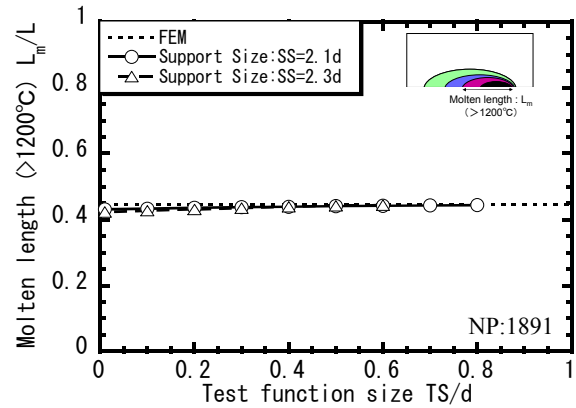


(b) The number of nodal points: 1891.

Fig.7 Influence of support size SS and Test function size TS on average temperature T_{av} .

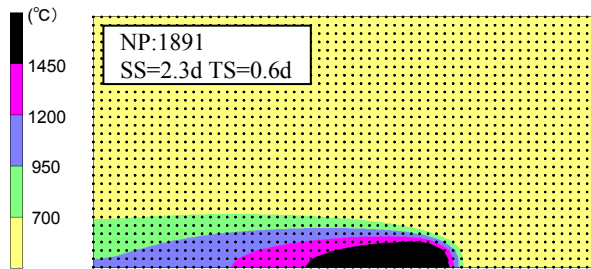


(a) The number of nodal points: 861.

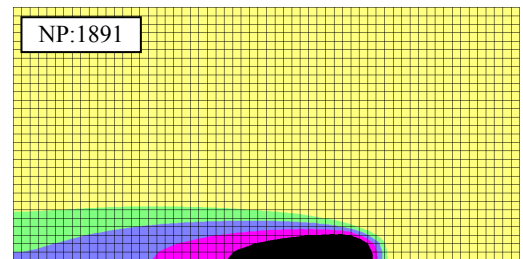


(b) The number of nodal points: 1891.

Fig.8 Influence of support size SS and Test function size TS for molten length L_m .



(a) Computed by MLPG.



(b) Computed by FEM.

Fig.9 Transient temperature distribution at 15 sec after welding starts.

3.2 MLPG パラメータの影響

まずは、本手法の基礎的特性について評価するために、材料の温度依存性の影響や板表面における熱伝達の影響を考慮しない解析を実施した。こうすることで、基礎理論との比較検討が可能となる。本研究では、温度分布の特徴を示す指標として、解析中の熱の収支を示す平均温度 T_{av} と熱伝導性の指標である溶融長さ L_m を用いて精度検証を行った。なお、平均温度上昇 T_{av} は次式に示す通りである。

$$T_{av} = \frac{Q}{cpV} \quad (22)$$

ただし、 Q ：総入熱量、 c ：比熱、 ρ ：密度、 V ：体積

また、溶融長さ L_m は、溶接過渡期における 1200°C 以上の領域における溶接線方向の最大長さを示す。

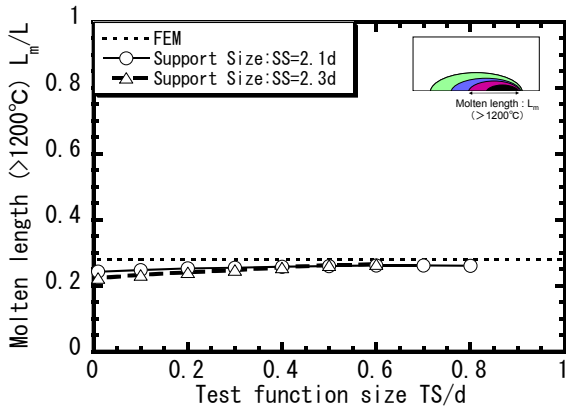
本節での解析では、前述の通り、熱伝達係数の影響を無視している。そのため、冷却後しばらくして平板温度が一樣となる。その時の温度をここでは完全冷却後における平均温度と定義する。Fig.7 に、完全冷却後における平板の平均温度を示す。(a)は、節点数が比較的小さい 861 の場

合であり、(b)は、節点数が多い 1891 の場合である。図中の点線は式(22)により求めた平均温度上昇であり、同図より、節点数が多い程、影響領域半径 SS や積分領域半径 TS の大きさの影響は小さく、いずれのケースも理論値とほぼ同等の値を示すことが確認できる。

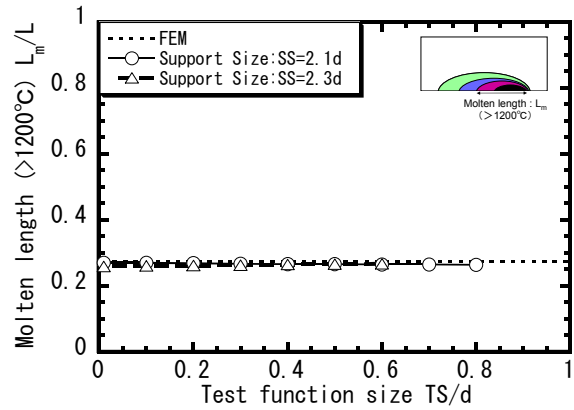
次に、溶接開始後 15 秒時における溶融長さ L_m について整理した結果を Fig.8 に示す。(a)は、節点数が比較的小さい 861 の場合であり、(b)は、節点数が多い 1891 の場合である。同図より、節点数が多い場合ほど、FEM 解析による結果と一致し、また、TS の値が $0.6d$ から $0.8d$ 程度の場合に、最も精度が良くなることが確認できる。次に、要素数 1891、影響領域半径 $SS=2.3d$ 、積分領域半径 $TS=0.6d$ の場合における温度分布図を Fig.9(a)に示す。Fig.9(b)に示す図は、FEM により同様の解析を行った結果である。Fig.9(a)および(b)により、MLPG 法および FEM 解析により得られた温度分布は非常によく一致していることが確認できる。

3.3 熱伝達および材料定数の温度依存性の影響

次に、材料定数の温度依存性と鋼板表面における熱伝達を考慮して解析を行った。この解析モデルは、実際のブードオンプレートに対応していると考えられる。

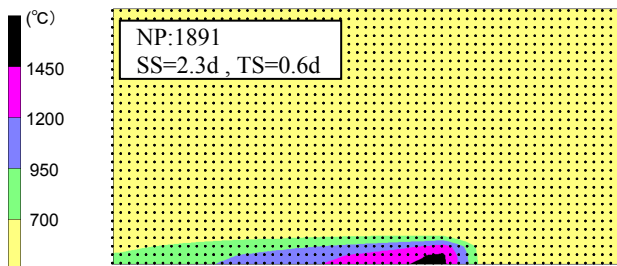


(a) The number of nodal points: 861.

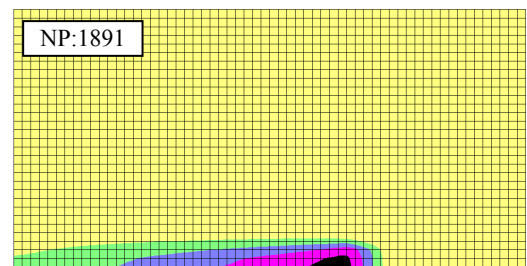


(b) The number of nodal points: 1891.

Fig.10 Influence of support size SS and Test function size TS for molten length L_m considering heat transfer and temperature dependent physical constants.

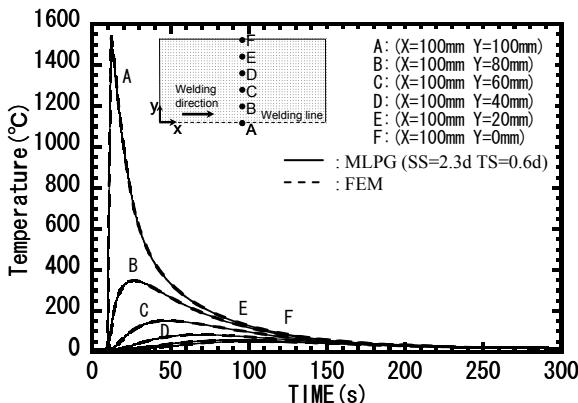


(a) Computed by MLPG.

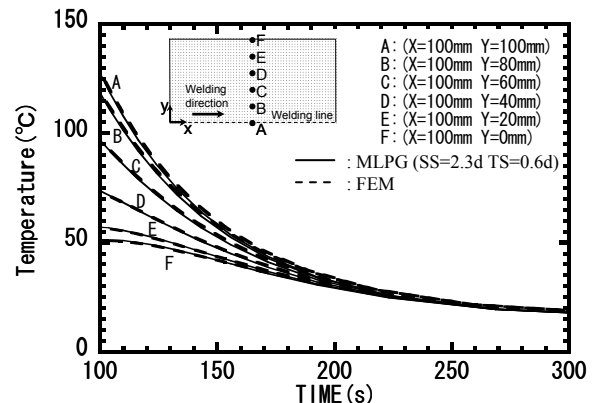


(b) Computed by FEM.

Fig.11 Transient temperature at 15 sec after welding starts considering heat transfer and temperature dependent physical constants.



(a) Temperature history from 0 (s) to 300 (s).



(b) Temperature history from 100 (s) to 300 (s).

Fig.12 Temperature history at nodal points.

まず、溶接開始 15 秒時における溶融長さについて整理した結果を Fig.11 に示す。また、影響領域半径 $SS=2.3d$ 、積分領域半径 $TS=0.6d$ の場合における温度分布を Fig.11 に示す。Fig.10 および Fig.11 より、材料の温度依存性と熱伝達係数を考慮した場合に置いても、節点数が多いほど精度が良く、 TS に関しては、 $0.6d \sim 0.8d$ 程度の場合に最も精度が良くなることが確認できる。

さらに、Fig.12 は、(a)の図中の A~F における温度の時刻歴をとった結果であり、(b)は(a)を拡大したものである。図中の破線は FEM による解析結果を示し、実線は影響領域半径 $SS=2.3d$ 、積分領域半径 $TS=0.6d$ の場合における解析結果を示している。同図より、実線と破線がほぼ一致していることから、材料定数の温度依存性、および熱伝達係数を考慮した場合においても、実用上十分な精度で解析可能であると考えられる。

4. 結言

MLPG 法による新しい溶接構造解析手法を開発することを目標に、移動熱源を含む非定常熱伝導問題に対し MLPG 法を適用し、本手法の基礎的特性について検討を

行った結果、以下の知見を得た。

- 1) 節点数が十分多い場合、MLPG パラメータである影響領域半径 SS や積分領域半径 TS に依らず、高精度に解析可能である。
- 2) 材料定数の温度依存性や外部への熱伝達を考慮した場合にも高精度に解析可能である。

参考文献

- 1) ATLURI.S.N: A New Meshless Local Petrov-Galerkin (MLPG) Approach in Computational Mechanics, Computational Mechanics, Vol.22, 1998, pp.117-127
- 2) S.N.Atluri, H.-G.Kim, J.Y.Cho : A critical assessment of the truly Meshless Local Petrov-Galerkin (MLPG), and Local Boundary Integral Equation (LBIE) methods, Computational Mechanics, Vol.24, 1999, pp.348-372
- 3) 奥田洋司、長嶋利夫、矢川元基：エレメントフリーガラーキン法に関する基礎的検討（第1報、常微分方程式への適用）、日本機械学会論文集（A編）、61巻590号, pp.194-200